



TITLE:

新体系物理学の発展と,近藤氏へ,VI:
古典電子ガスの熱揺動と電磁輻射
に関連する物性(飯田・近藤論争に
ついて)

AUTHOR(S):

飯田, 修一

CITATION:

飯田, 修一. 新体系物理学の発展と,近藤氏へ,VI: 古典電子ガスの熱揺動と電磁輻射に関連する物性(飯田・近藤論争について). 物性研究 1983, 40(4): 350-403

ISSUE DATE:

1983-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91100>

RIGHT:

いから。熱平衡でないものが熱平衡に向って不可逆過程を行うとき、コヒーレントな電磁波が発生してもちっともおかしくない。

さて飯田氏は熱輻射によってドーナツをとりまき、マクロとみなせる大きさをもつ電流変化は誘起されないと主張された。この主張が破れるとマイスナー効果も永久電流もだめになってしまうから極めて重要な主張です。この主張の証明を提示して下さい。私にはこの主張が成立つのは

1. 熱揺動 δj が生じない。
2. 熱揺動 δj が強い相関をもつ。例えば正の次には必ず負が起るとか。
3. 記憶の効果がある。はじめの $j(r)$ の値を憶えていて、それから正にずれても負にずれても、もとの値に近づくように δj の生起する確率が変化する。

の三つの場合しかないと思う。そしてそのどれもあり得ないと思われる。

そしてもう一度お願いしますが、BS による運動エネルギーの緩和時間が 10^{10} 年程度という計算を提示して下さい。私は1秒という計算をお示ししましたし、 10^{10} 年というのは飯田氏の発言ですから、その計算をご自身で提示して下さいのが研究者としての礼儀と心得ます。もしこれがして頂けない時は、飯田氏の負けを宣言させていただきます。

新体系物理学の発展と、近藤氏へ、VI －古典電子ガスの熱揺動と電磁輻射に関連する物性－

東大・理 飯 田 修 一

目 次

○ 前 文

- § 1. 新体系物理学と論文の公表自由の原則の確立。
- § 2. 近藤氏の提起された各項目に対する簡単な回答。
- § 3. 古典電子ガスが熱輻射電磁場を吸収もすることを無視し、単純に能動的に容器の壁に衝突したとして、数学的に期待される電磁輻射の総量計算。
- § 4. 熱揺動輻射および古典電子群の境界面衝突輻射の回数に関する概算評価と、その相異点を明確化する三つのモデル計算。
- § 5. 古典電子ガスの電磁輻射と熱揺動に関係する二、三の物性。

§ 6. 電場中の古典電子ガスの電荷分布が示す熱統計効果の解析。

§ 7. 熱平衡状態にある古典電子群の境界面衝突に伴う電磁輻射の最大値の定量的評価。

§ 8. 結 語

○ 追 記

○ 参考文献

マイスナー効果が、永久電流を維持できる体系の古典物理学的性質であることを結論して以来、近藤淳氏との紙上討論が、数年に及ぶことになった。今回物性研究編集部、とくに長岡氏の肝入りで、その討論を終結する過程に入った。討議の性格上、随分失礼に当る文章も構成せざるを得なかったと考えるが、近藤氏との討議が、本論文の公表遅延に影響しているかも知れないという一点に関して発生したものであり、御了承を希望する。近藤氏との討論を通じて、物性理論関係者の常識や、筆者の考え落している箇所の御指摘など、多くの寄与を戴いたことは間違いのないところである。更に人間は社会的動物であって、物理学に限らず大きい事業の推進には、関心を同じくする友人達の存在することが、絶対に近い必要条件であって、たとえ論敵であったとしても、科学者はそれにより刺撃を受け、活力を得て、勇気を持って困難を突破してゆくことになるのである。とくに一人で進めねばならない場合、大きい基本的誤謬を犯す可能性があるが、公表もしくは論争によって、その危険性が避けられる。逆に言えば論争のスクリーニングを経て生き残った理論体系は、独学の場合に比し格段に信頼性が増大し、新らしい真理の体系として人類の文化資産の中にその地位を確立する過程に入るのである。今回の討議に就いていえば、とくに近藤氏との討議の継続している時期に、マイスナー効果の説明よりも更に重要な意義を持つ、物理学の新体系の建設が、着々と進行することになったが、この時期において物性研究誌と近藤氏が、筆者に発表の適切な土俵と刺撃を提供されたことに就いては厚く御礼申し上げたいと思う。又現時点でその事に対する謝意の表明は、出来るだけ判り良く丁寧な筆者の解説を書く以外にはないと考え、そのようにして来た心算である。筆者の実験物理に関する経験は豊富であり、この解説が大学院学生諸君等を含めて、出来るだけ広い範囲に読まれることを希望する。なお日本物理学会に提出された正式論文の公表は、現時点でも未だに行われていないので、本当の意味の謝意の表明は出来ないことも御留意戴きたい。

近藤氏のコメントに就いては、限られた紙面上で言えることは限られているので、大学院学生諸君等のためにも是非参考文献を少数箇常に挙げられるよう要望する。内容、文章、更にその構成方法に就いては納得できないものがあるが、読者の御判断に委ねる。なお本文の末尾に、「追記」を加えたので御一読戴きたい。

§ 1. 新体系物理学と論文公表の自由の原則の確立

1974年、電子の永久電流モデルを提案し¹⁾、1975年、電磁気学の新しい教科書“新電磁気学”上、下を発行して、新体系電磁気学の初等的部分を平易に解説し²⁾、続いて、マイスナー効果は永久電流を維持できる体系の古典物理学的物性であることを帰結して、物理学の新体系の建設が開始された。こうして、磁場 H の持つ磁気エネルギーの物理学上の意義が、矛盾のない統一体系の中で、始めて明確化されることになり、さらに量子物理学と古典物理学の厳密な接続関係が明らかにされ、ラグランジアン・フォーマリズムのハミルトニアン・フォーマリズムに対する等価性および非等価性とその場合の優位性が、多体系の物性物理学においても指摘されて、こゝに新体系物理学(The New Frame in Physics.)が樹立されることになった。これら電子の永久電流モデルとマイスナー効果解明を端緒として発展した研究は、既存の考え方の一部を明確に打破する点で、いわゆる“既存の物理学の常識を変更させるタイプの論文”に属するので、国内的にも国外的にも多くの議論が誘発され、その関係論文の正式公表が著しく遅れるという事態が発生することになり、現在に至るまでそれが継続している。しかし幸い1980年開催された第三回フェライト国際会議において、その超微細磁場理解への応用が発表され、従って1981年、そのプロシーディングスに、概要ではあるが、その正式公表が行われることになった³⁾。

また、正式公表が、レフェリーの拒否などによって遅れている時点で、多くの新しいideaが物性研究誌上に発表された^{4), 5)}。筆者は日本物理学会の欧文誌編集委員会が、その定款に定める最重要事項、「会員の研究報告を内外に発表する」という規約を名実共に実行するために次の原則を加える必要があると考える。それは、「研究者としての実績を既に認められている人が、常識を破るタイプの論文を提出して、レフェリーとの論争が発生し、一年は短いと思うが、その論争が二年以上に亘って継続している場合には、その論文を公表する方向で検討を始める。また公表する場合、レフェリーや編集委員会として何か言うことがある場合には、それは脚注あるいはその前後に別の論文として載せることにして、とにかく公表させる。もし論文の内容がおかしければ、著者が恥を掻くのであって、それで十分である。」とする原則である。物理学の歴史の証明していることであるが、こうしないと常識を破るタイプの論文は公表できなくなる場合が多いのである。論争の期間二年というのは、その第一論文提出以来の期間を意味するのであって、Refereeからの疑義や、著者自身の研究の進展による論文再構成の時間等はその中に含めて勘定しなければならない。常識を破るタイプの大きい研究は、当然十年にも亘って発展するものであって、新らしく再構成される毎に、更にその後二年と勘定したのでは、その論文は永久に出なくなる。因みに筆者の第一論文は1975年5月に、日本物理学会

ジャーナル編集委員会に提出されて居り、従って既に8年近くを、日本物理学会は公的には無為の形で経過させたことになる。従って、その責任は重大であると筆者は判断せざるを得ないのである。もちろん公表出来ないことは、その研究の正当な評価と、適切な文献の蓄積、更にその発展に協力される友人や若い研究者その他の基盤の醸成が得られないことを意味するのであって、その結果として、その研究の遂行が極めて困難になる。筆者の場合、東京大学物理学教室の教授で、実験専門の立場であり、且つ応用にも関心を持ってその方面からの支持が得られる状況にあり、更に筆者は学問に関する限り強い性格の持ち主であったから、不可能でなかったものとするが、大学院学生では助手の口が閉ざされ、助手では助教授への昇格が出来なくなる。助教授・教授の立場でも研究費や教室での立場、その他が圧迫されるといった事実が容易に発生してゆくのである。また一方、こうした論文のレフェリーには多様な重圧が加わってくるという事実も指摘される。これらの状況に関しては、仙台の「半導体研究所報告」⁶⁾にかなり詳しく、又東京大学理学部広報⁷⁾に簡潔に説明したので、御参照戴きたい。我が国において、近時独創的研究の推進が叫ばれていることと、この事態とは正に逆符号であるが、疑いようのない我が国の現実の姿であるとする。わが国の物理学は明治以来欧米よりの文書による知識輸入に依り育成されたという歴史的事情がある。従って、物理学の最先端を押し進める際に発生するこの種の状況に関して常識に乏しく、一般の物理学者には事情が理解出来ず、またこうした研究の発展を不当に阻害している人達にも、その行為に関する道徳的罪悪感が乏しいという、後進国的状況の存在が指摘できる。独創的研究は努力、才能、組織、研究費などのハードウェアによってのみ達成出来るのではなく、正に独創的研究の推進を提唱して居られる所謂我が国の権威の人達自身の過去の業績の一部を無にして丁うといった血涙によって購われなければならないという冷酷な側面のあることを理解されたい。角力道では、師匠を土俵上で投げ飛ばした時に、その御恩返しが出来たものとする伝統があると聞いているが、常識を破るタイプの物理学研究には、そうした面が、角力などよりも、もっと鮮明に現れる可能性があるのである。多くの権威の人達に取って、営々と築き上げたその過去の業績の基礎の一部に疑義が入り、業績のある部分が砂上の楼閣として崩れ去ることは坐視するに憚らないであろう。多くの著書や論文は既に十分に普及して修正不可能の状況にある。従って、それらの人達が、新しい考え方は、より一般的かも知れないが、その公表はせめて私の死後にして欲しいと希望するのは人情であろう。しかし我が国に独創的研究を発展させるためには、我が国の所謂権威の人達が、その血肉をもその為犠牲にすることを決意して戴かねばならないのである。そうでなければ推進できないことは、筆者の例から見ても明らかである。八年を経過しても公表出来ないのでは、大学院学生や助手の人達には文字通り不可能である。こうした常識を破るタ

イプの研究の未来の発展内容は、もちろん予測出来ないことであり、とくに初期段階においてはなおさらである。地球自転説の提起者に北極経由航空路の予告や、人工衛星の今日の役割りを予言することは出来ない。従ってすぐに大きい利益が得られるかどうかということで判断することが、不当なことは申す迄もない。長い歴史のもとに、物理学の開拓的研究を進めて来た欧米の学者達は、此等の状況に関して、遙かに広汎な常識を持っていることを最近知ることになったが、その結果、欧米において、開拓的研究が容易に発表できるかという点、それは必ずしも、そう単純ではない。以下の記述によって、その状況を察知して戴きたい。

さて、先回の報告以後新しい事態が発展した。それは Phys. Rev. Letters の 1981 年 12 月 28 日号に、“Classical Derivation of the London Equations” と題して、ラグランジアン方程式の手法を使用して、ロンドン方程式に類似した形の式が導出出来ることを、ユタ大学の W. F. Edwards が公表したのである⁸⁾。この手法は筆者の体系とは大分異なる素朴な数学操作の一変形に属するものであり、熱平衡を論じてはいないので、マイスナー効果を古典的に導出したものと筆者は見做さないけれども、その論文の中で、マイスナー効果は完全導体の古典的性質であると明記している。従って著者 Edwards は筆者の論文を読んでいるものと推定するが、筆者の論文への言及はない。筆者の物性研究の別刷り⁴⁾は数年以前から全世界に出されて居り、又国内、国外の学者とも討議しているから³⁾、著者の主張が認められつつあることを示すと同時に、我が国で昔から繰返されて来たブーメラン現象、即ち日本の研究者の独創的研究が、国内で認められず、国外で認められて始めて国内も認めるといった事例が、又一つ加わりつつあるものと考えられる^{9,10)}。なおさらに、学問には国境がなくとも、科学者にはその育った国と社会がある。米国の物理学会誌は米国の物理学者には甘く、国外の学者の投稿に辛く、とくにこうした常識を破るタイプの論文に対して、レフェリーは決して公正ではなく、出来るだけ文句をつけて著者の論文の発表を遅らせ、又その idea のすべてを、論文未公表の儘獲得し、借用して先行しようとする傾向のあることは良く知られて居る。筆者も又新体系物理学に関連して同様な経験を幾つも持つことになったことを注意する。近藤氏との論争や、国内での討議の場合、レフェリーは少くとも自己の立場を意識して居られるから、拒絶回答という対応は容易に発生するが、同一の idea を、その第一提案者の名前に言及することなく、論説し、自己のオリジナルにしてゆくということは先ず考えられない。しかし海外の学会誌との関連ではそうしたことが容易に発生してゆくのである。わが国の学者諸兄の中に、筆者の論文は我が国で公表の努力を行うべきではなく、外国の学会誌に提出して努力して戴きたいと明言した多くの人達が存在する。これらの人達は、わが国に於て、独創的な研究を推進することを積極的に阻止しようとして居られるのであって、反省して戴きたいと考える。我が国で討議したことは明瞭に我

が国の物理学界の血となり肉となってゆくのであって、筆者にとっても、我が国にとっても、次の発展に連なる重要な基盤がそこに育ってゆくのである。近藤氏とは疑義が生ずれば電話ですぐ話せるが、海外とではそうは行かないのであって、レフェリーや近藤氏との、八年を越えようとしている論争を国外と行った場合には、少くとも数倍の経費と時間が必要になり、それを用意することは事実上不可能である。もちろん我が国では得られない適切な助言の返って来る場合もあり、その事自体を否定するものではないが、何が有効な手段であるかは、筆者の決定すべき事項であって、第三者の判断すべきことではあり得ないし、科学者はその住んでいる国の科学界に最大の連繋を得ることが必要であることに疑問の余地はないのである。この事は勿論相互的である。例えば近藤氏は筆者との討議によって多くのものを得られた筈であって、新体系物理学を理解される最尖端に位置することになったと推定させて戴くと共に、かねがね推進させて、関係論文、もちろん本稿も、のすべてに使用されている MKSP 電磁単位系の効用をも満喫された筈である。MKSP 単位系を研究と教育用の副単位系とする提案については、最近次第に関心が高まりつつあることをお知らせ出来る。^{11~13)}

さてこの Edwards の論文に関して、英国の主要新聞 Times が、そのニュースを掲載し、¹⁴⁾ 更にその内容の当否をめぐって、四人の物理学者のコメントが、Phys. Rev. Letts. に掲載され、¹⁵⁾ また最近の Nature にも論説が掲載される事態¹⁶⁾に発展しているが、筆者の名前への言及はない。なおこれらの論説は、筆者の提案するマイスナー効果の核芯には触れていないが、その程度の論文でも、米国人、もしくは英国人に対してはこれらの雑誌は寛大で、討議の場を提供しているのである。これらの事情は物理学には国境がなくとも、物理学者にはその所属する国と物理学会があるという厳然たる事実の存在を明瞭に示している。そして残念ながら、我が日本の物理学会はその後進性を未だに脱却できず、ブーメラン現象を繰返させているものと筆者は判断せざるを得ないのである。

こゝに現時点で、日本物理学会の編集委員会に提出されている論文リストを、必要参考文献として掲載させて戴く。

- I. The New Frame in Electromagnetism.
- II. Energy Transfer by Induction and Classical Derivation of the Dirac Hamiltonian in Pauli's Approximation.
- III. Proposal of the Transient Energy Principle as a New Thermo-Physical Law and Classical Derivation of the Meissner Effect.
- IV. Basic Concepts in the Thermodynamics of Magnetizable Materials by the Unified Consistent Frame of Physics.

V. Derivation of the Pauli Principle for Electrons by the New Frame of Physics.

このほかに海外の学会誌に投稿されたものとして、これらの総合報告（但し頁数制限のため、要約形式）

VI. New Frame in Physics, New Thermodynamic Principles, and Classical Derivation of the Meissner-Ochsenfeld Effect.

〔冒頭の物性研究編集部見解にあるように、物性研究誌8月号に掲載の予定〕

がある。これらはいずれもかなりの頁数の論文である。従って此等の本論文の公表を行わないで、“物性研究”誌上で行う討論には明瞭な限界のあることを、読者諸子及び近藤氏は理解されたい。とくに読者諸子は、近藤氏と異なり、1978年4月の時点で近藤氏にお渡しした、当時のすべての未公開論文の内容も知る立場にないのである。

さて“物性研究”編集部、とくに長岡氏の肝入りで、この論争を終結するための解説を書く立場に筆者は立っている。先ず第一に言わねばならないことは、本論文未公表の儘、茶呑み話のような水掛け論を続ける時期は既に過ぎ去っていることである。茶呑み話でない定義は“その論旨が提起課題の核芯を衝いており、課題の命運を別けるものであるとともに、原著論文公表誌として国際的に認められている学会誌に、そのままで投稿可能な骨組みを持っていること”であって、近藤氏の今回のコメントはその種のものでない。筆者は近藤氏および日本の物理学界に、
A. 電子ガス系において、磁場中におけるその熱平衡状態を、磁気エネルギーの熱力学的処置を明確化して導出すること。

B. TE原理が過まりであるというならば、その過まりを一般的に示し、それに代る原理を明確化すること。

の二点を要請して既に三年以上が経過した¹⁷⁾。この回答は、もし存在するならば、茶呑み話でない形態を取り得るものであるが、近藤氏はこれに遂に応えられず、また物性研究読者諸子からも、何等の回答はなかったのである。なお磁場中の電子は反磁性的なサイクロロン運動を行い、膨大な反磁性を発生する本質的な素因を持っている。上記A項、従って、van Leeuwenの定理なるものが、崩壊した以上、この反磁性が相殺されて、磁化零の常電導状態に、クーロン・ガスがなるということには、何の保証も存在しないのである。このような状況のもとで、近藤氏の電流零論議は、お茶呑み話以上のものではあり得ない。従って筆者は、その際提示させて戴いた条件¹⁸⁾に従い、今回懇切丁寧な説明は打ち切り、要点だけのものにさせて戴く。なお

Bremsstrahlung (BS)に関しては、今一度懇切丁寧な説明を要求して居られる。従って、筆者の専門ではないが、物性物理学界の電磁気学と熱揺動に関する一般知識の向上を希望して、この点に関しては筆者の立場での詳しい解析を試みる。矛盾のない統一体系としての電磁気学と、それを基幹とする物理学の全体像は、新体系物理学によって始めて与えられたのであるという見

地を筆者は持っている。またこゝに開陳される理論体系は殆んどが筆者のオリジナルな解析である。部分、部分の中には既存の考え方も勿論入っているが、全体としては新らしい筈で、もし何等かの矛盾、考え落とし等が発見された場合、御一報戴ければ幸いである。又近藤氏は数回に亘って、コメントされたことを記憶に留めさせて戴く。

なお筆者の主張の核芯は「永久電流を維持できる体系はマイスナー効果を示す。」ということであって、クーロン・ガスの熱エネルギーの消耗は問題の要点ではない。それは体系を完全反射壁か、等温壁で囲むことにより、容易に課題の外に置くことが出来ることを注意する。完全反射壁もしくは等温壁で囲まれた場合、クーロン・ガスの BS の発射は、その位置や加速度だけでは決定できない。既に度々御注意しているように、荷電粒子は電磁波の放射と吸収を同時に行って居り、以上の条件下ではその二つの過程の確率は等しくなるのである。数学的に BS を出し易い体系は、同時に数学的に熱輻射を吸収し易い体系になることを特に注意する。従って BS の議論は問題の本質とは無関係であるが、電磁気学とクーロン・ガスに関する常識の向上を希望して、詳細な解析を行うことにする。

§ 2. 近藤氏の提起された各項目に対する簡単な回答

今回の近藤氏の疑点の重点は近藤氏自身による BS の計算結果に基づき、近藤氏としては結論することになる帰結のチェックをして戴きたいということのようである。まず筆者は何度も物性研究誌上で、一、二回はともかく、何回も物性研究誌上で討論している以上、近藤氏の提起される質疑は日本の固体物理学理論関係の一応の基盤の上に立っていると見做さざるを得ず、従って、近藤氏にも投稿以前にしかるべき理論関係友人との意見交換を御願ひしているし、又物性研究誌上で、もし近藤氏の質疑内容が、現在の我が国の理論物理学界の基準から見て妥当でないこと、すなわち、明らかに低レベル、もしくは過まっている場合には、我が国の理論物理学界の基準レベルを不当に低下させたという意味で、忠告、もしくは抗議して戴きたいと御願ひしていることを注意させて戴く。近藤氏の BS の問題は、近藤氏以外にそのような疑点を持たれた人が居なかったので、当初この条件に抵触することを懸念したが、本解説で示すように、クーロン・ガスの電子相互の相関性の評価という、極めて基本的な物性に直結する課題であり、いずれは解析せねばならない事項に関する疑問として、近藤氏に敬意を表明する。

さて、近藤氏による BS の計算は、各電子が全く独立に、とくにクーロン相互作用により、電子密度が微視的にまで一様な状態にあることを無視し、従って、その運動に伴う電磁波束が、相互に干渉性の重畳をすることなく、無限遠まで発射された場合の計算を、その発射方向を全立体角として、即ち容器の外壁に平行な方向だけが有効であることや、方向に依存して強度の

異なること等を見做して行った計算結果になっている。この課題の詳細な解説は § 3, § 4, § 5 で行うが、近藤氏の誤謬の要点は二つに別けられる。すなわち

- 1) 熱平衡状態においては自由電磁波の発射と吸収は平衡すること。従って壁で反射し、加速度運動が存在するというだけでは、BS を出しているのか、熱輻射を吸収しているのか不定であり、一般には両者が等しい確率で共存すること。なお加速度の方向が表面に垂直なので BS の最大射出方向はその点を通り境界面に平行な平面方向で、外界の方向ではない。
- 2) 熱揺動による熱輻射の場合には、相互に相関がなく、全く独立で、相互の干渉効果を見做した計算結果と結論が一致するが、クーロン・ガスの壁への衝突の場合には、相互に強い静電相互作用による相関と、弱いけれども、多数箇の電子への総合効果としては小さくない、磁気誘導効果（レンツの法則に従う）による長距離性の位相の逆相関現象があり、電子の箇数密度や、平均電子間距離の揺動は非常に小さいこと。これらの状況は普通の気体とは全く異なっており、いわば超気体であって、平均電子間距離では気体よりも液体に近く、しかし相互作用の長距離性では他に例がない程強く、衝突の総回数も熱輻射の光量子放射数よりも圧倒的に多量であって、相互に強く相関し、いわば、秩序整然とした衝突を行っていると考えられること。従って境界面の存在の影響は、 1 \AA といった距離よりも遙かに遠い法線距離の地点から、少なくとも同一方向に速度成分を持つ他の電子群に関して発生していると考えられることである。

つぎに「すべての電子が一様に遅くなれば、電流の減少は明らかである。」「右に走る電子と、左に走る電子の速度の減少は打ち消さない。」……。これらは所謂茶呑み話であって、クーロン・ガスの温度の低下と、反磁性項の変化とを混同して都合よく筋をつけておられるだけであり、数理物理学の体を成して居らないものである。たゞしこれらに対する回答は、前記の未公表本論文Ⅲ, Ⅳ, Ⅵ（次号）に依って戴く以外にはない。 $E^2 = \sum_i E_i^2 + \sum_{i \neq j} E_i E_j$ の議論は、§ 4, § 5 に示すように E_i が相互に全く独立である熱揺動でしか成立しない。

近藤氏の § 3 の議論に対する同一レベルの回答は、文献 5) の中で¹⁹⁾、既に十分に行っているものとする。それ以上に厳密なものということになれば、本論文を読んで戴く以外にはない（Ⅶ. 次号参照）。たゞし、近藤氏にはクーロン・ガス体系における熱揺動の発生と、その結果と、更に熱揺動に誘導された非可逆過程の発生と、その非可逆過程に伴う全体系への波及効果の理解に誤解があるように推定する。クーロン・ガス系は、外界より印加、もしくは何等かの理由により存在する巨視的な電場や磁場に対しては、その及ぼすローレンツ力を通じて、敏速に反応し、電子間で小さな調整を行って、マクロな準安定状態にすぐ入ることが、簡単な計算で推定出来る。その準安定状態が熱平衡でなかった場合には、更に熱平衡に向って、小さ

な不可逆過程が数多く発生し、進行してゆくと考えられる。その際、もし電流零が熱平衡状態であるならば、体系の各部分で発生している微少な不可逆過程が、その方向に関しては同一位相であって、全体的に総合されて、コヒーレントな電流の減少を結果する可能性を“熱力学の立場だけ”からは否定されないように見える。しかしながら体系は電磁気学によって支配されて居り、今ドーナツ状の容器 C_1 が、磁束 Φ_1 を維持して、マイスナー効果の状態になっているものとする、電磁誘導とレンツの法則によって、このような事態の発生を明確に否定するのである。マイスナー効果の状態の運動学的安定性は既に証明しているが²⁰⁾ もしその状態が熱力学的に安定でなかったとしても、それからの変化は、 Φ_1 は不変で、唯 Φ_1 を構成する電流の位置が、 C_1 の内側の表面から、稍、外側に移動したという形式でしか、電磁気学的に許される変化は存在しないのである。もちろん、もし熱力学的平衡が、完全に電流零の状態に限られるならば、磁束が次第に外側に移動し、押し出されて、遂に全磁束 $\Phi_1 = 0$ の状態に到達する過程も考えられるが、近藤氏の言うように、 C_1 を環流する全電流が、 Φ_1 を減少させるような形で一挙にコヒーレントに減少することは電磁気学法則により実現できないのである。

また磁束が C_1 の内部にも浸透して非平衡状態にあるとき、マイスナー状態に向って不可逆過程が起るとして、磁束を C_1 の外部空間に押し出してゆく過程は、各 C_1 の局所で、 $\delta \mathbf{j}_1$ が $\nabla \cdot \delta \mathbf{j}_1 = -\partial \rho / \partial t = 0$ が第一近似で成立するような形で発生し、従って $\delta \mathbf{j}_1$ 自身は小さな環流電流で、その総和として進行するものと描写したが、勿論 $\delta \mathbf{j}_1$ がすべての局所で一斉に発生すると、全体として見掛け上はコヒーレントに磁束 Φ_1 の位置を全体的に変化させたように見えよう。しかし物理学の常套手段として、このような場合、その要素をなす $\delta \mathbf{j}_1$ の一つに著目し、その過程を分析して後、全体効果をその積分として考えるのである。不可逆過程の萌芽 $\delta \mathbf{j}_1$ は熱揺動を誘因として発生するものと筆者は考えて居り、それが、その最小単位において C_1 のドーナツ全体を廻って相関することは確率計算から言って不可能である。因みに

$\delta \mathbf{j}_1$ は熱揺動としての大きさの限界を丁度越えた程度の微少なもので、巨視的なマクスウェル方程式の量ではあるが、熱揺動ではなく、不可逆過程の発生として認めた瞬間の大きさを持つもので、その拡がりも、 1μ 以下といった微少体積で考えているものである。そうした、マクスウェル的な電流としては微少限界にあるものが、 C_1 を一周して、critical にたまたま発生する確率は、その誘起原因が、各電子の熱運動のストカスティックな部分にあるものと考えている以上、明確に零である。なお熱輻射振動の長波長側で、この種の熱振動モードがあるとする考え方は、§4で述べる確率の問題と相関すると共に、その効果は極めて微弱なもので、且つ Φ_1 は不変なのであるから、継続して一方向にのみそのような事が起る確率が必要になる。これらは容易に極めて小さいことが推定される。簡単な計算から、熱輻射のエネルギーは電子

系のもつ熱運動エネルギーに比し、例えば $1 : 10^{-20}$ と言った小さなものであって、その関与が不可逆過程の主要原因になることは極めてあり得ないことなのである。

なお一つの $\delta \mathbf{j}_1$ が発生したとき、その誘起した遷移状態の電磁場は、ある時間の後、 C_1 のすべての部分に到達して、極少の、しかし C_1 の全体に及ぶコヒーレントな電流を誘起する。このコヒーレントな電流は、熱揺動で誘起された不可逆過程 $\delta \mathbf{j}_1$ に伴う、“結果” であって、熱揺動そのものとは異なり、その発生の際エントロピー変化を伴わず、熱力学の対象としては考える必要のないものであることが、本論文によって示される。もちろん以上の記述は単なる説明であって、マイスナー効果の古典的導出の logics は誠に微妙であり、厳密に納得して戴くことは、本論文によって戴く以外に方法はなく、更に、本論文に於てすらも、高度の頭脳活動が要求されることは既に度々申し上げている事である。

なお近藤氏が最近好んで使用される対話形式の記述は、討論の相手が言う筈のない言葉を、あたかも、その相手が言ったかの如く読者に誤解を与える点で、こうした厳密な物理学の討議に著しく不適当である。この事は電話でも厳重に注意させて戴いたが、なお用いて居られる。この対話は筆者の論旨とは関係なく、近藤氏が御自分で自問自答して居られるだけであり、筆者はその内容を見捨てさせて戴くと共に読者にもその事を注意させて戴く。また物性研究編集委員会に、その削除修正を要求させて戴く。

申す迄もないことであるが、筆者が古典的な物理学体系の計算に非常な熱意を集中しているのは、既に新体系物理学によって、もし

$$f(q_r, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) = g(q_r, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \quad (1)$$

といった式が古典的に成立すれば、 $q_r, \dot{q}_r, \ddot{q}_r$ を演算子と読み直すことによって、その量子物理学の期待値に関して

$$\langle f(q_r, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \rangle = \langle g(q_r, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \rangle \quad (2)$$

が厳密に与えられるからである。その最も最新の説明は前述の未公表論文Ⅵ,Ⅶに与えられる。その際時間微分演算子の定義は、例えば u の時間微分演算子、 \dot{u} は、

$$\langle \dot{u} \rangle = \frac{d}{dt} \langle u \rangle \quad (3)$$

であるような、演算子のことであると定義することが必要である。熱力学の対象となる現象は巨視量間の関係であって、期待値に関する関係であり、従って、式(1)が古典的に導出されれば十分と予想しているのである。

なお、その際新体系物理学の一翼を担うマクスウェル・ローレンツの世界における荷電粒子系の運動では、BSのような“まさつ”に類するエネルギーの散逸は、無視すること自身が、新しい原理“Principle of Limit”として提案されていることに言及させて戴く。理由としては、この種のエネルギーの散逸は、物性物理学の範囲では、巨視的世界から微視的世界へのエネルギーの移動を意味し、古典的、巨視的経験から帰結されたものであって、マクスウェル・ローレンツの世界では、それ以下の超微視的世界がなく、先述した通り、吸収と放射の比率の問題になることと、量子物理学的観点に立ったとき、古典形式の方程式は、その儘演算子方程式として成立することになるが、量子物理学的状態には、定常状態が成立し、さらにその変化は、一定量のエネルギーの変化を伴う不連続的過程しか許されないことが判っていることがあげられる。われわれは、量子物理学の骨格を形成するものとして、古典物理学を考えて居り、従ってそこにおける常識は、出来るだけ、量子物理学への移行に便利なものを採用しなければならないのである。(ただし本解説の§3-§7では、なお近藤氏の立場に立ち、従来の古典物理学の常識から、BSが無視されることを示してゆくであろう。)

§ 3. 古典電子ガスが熱輻射電磁場を吸収もすることを無視し、単純に能動的に容器の壁に衝突したとして、数学的に期待される電磁輻射の総量計算

近藤氏からは既に多くの注文があり、筆者はそれらに忠実にお答えする立場を取って来た。⁵⁾ 今回の制動輻射量 (Bremsstrahlung, BS) はその最後の御注文に応ずるものである。近藤氏は筆者のマイスナー効果に関する研究論文に対して、公開で討論された唯一の人であり、且つ Kondo Effect によって、我が国の代表的研究者の一人であることが確定している人であると考えが故に、場合によっては筆者に取っては疑問の余地のない程 obvious であるときでも、なるべく丁寧に説明して来たのである。従って勝ち負けといった言葉は不適當であるし、礼儀は筆者の問題であって、近藤氏より言われるべきものではない。

BS に関しては、最初定性的な説明で満足して戴く予定で居たが、それでは近藤氏は納得されず、従って、クーロン・ガスの物性の本質に及ぶ解析を実行することになったという事情がある。まずこの節では、電磁輻射の電磁気学的側面を明確化する。熱物性的側面は§4-§7の課題とする。

さて今電荷 $\rho(\mathbf{r}', t)$, $\mathbf{j}(\mathbf{r}', t) = \rho(\mathbf{r}', t) \mathbf{v}(\mathbf{r}', t)$ が体積 V' の中にあるものとし、図1のような状況を考える。さて、電磁輻射量を計算する注目点 P において、そのある面 dS を単位時間に横切る電磁エネルギーに関して、

$$P = \iint_{dS} c \mathbf{E} \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} \quad (4)$$

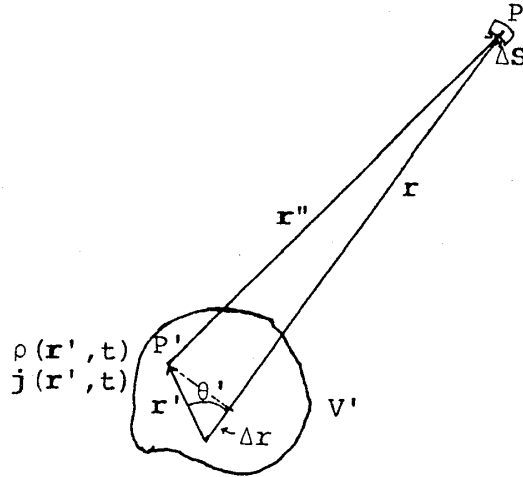


図1. 体積 V' 中 P' 点の電磁源 $\rho(\mathbf{r}', t)$, $\mathbf{j}(\mathbf{r}', t)$ より, 電磁場が, \mathbf{r} 方向, 点 P , 面積 ΔS に射出される状況

という式が, 存在する。文献2)と前述の未公表論文 I, II によって, 式(4)は積分面積 ΔS が, 閉曲面 S である場合には成立し, それ以外のときには一般には成立しないが, 自由電磁波に対しては ΔS の儘でも成立する。現在は自由電磁波としての電磁輻射を考えて居るから, 式(4)をその根拠としてよいことになる。

この節の計算は拙著, “新電磁気学”²⁾ 下巻 10・10 (p 575), “任意の電流・電荷分布を源とする電磁波の放射” に全面的に準拠させて戴く。その式 10・10 - (26) より, 体積 V' 中の源より出る遅延ポテンシャル Φ は

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \iiint_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r}', \tau)}{4\pi r''} \exp \left[-i\omega \left(t - \frac{r''}{c} - \tau \right) \right] dV' d\tau d\omega \quad (5)$$

$$r'' = r - \cos\theta' \cdot r' + \frac{1}{2} \sin^2\theta' \cdot \frac{r'^2}{r} + \dots \quad (6)$$

である。式 10・10 - (30) より

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}, t) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \iiint_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r}', \tau)}{4\pi r} \exp \left[-i\omega \left(t - \tau - \frac{r}{c} + \cos\theta' \cdot \frac{r'}{c} \right) \right] \\ & \times \left[1 + \cos\theta' \cdot \left(\frac{r'}{r} \right) + \frac{i}{2} \sin^2\theta' \cdot \left(\frac{\omega r'}{c} \right) \left(\frac{r'}{r} \right) + \dots \right] dV' d\tau d\omega \end{aligned} \quad (7)$$

である。同書 p 583 に述べた理由で, ∞ に電磁エネルギーを運ぶ項は第一項だけであるから,

式 10・10-(39), (40) によって

$$\begin{aligned}\Phi^E(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \iiint_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r}', \tau)}{4\pi r} \exp\left[-i\omega\left(t-\tau-\frac{r}{c}+\cos\theta'\cdot\frac{r'}{c}\right)\right] dV' d\tau d\omega \\ &= \iiint_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r}', t-\frac{r}{c}+\cos\theta'\cdot\frac{r'}{c})}{4\pi c r} dV'\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}^E(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \iiint_{V'} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)}{4\pi c r} \exp\left[-i\omega\left(t-\tau-\frac{r}{c}+\cos\theta'\cdot\frac{r'}{c}\right)\right] dV' d\tau d\omega \\ &= \iiint_{V'} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t-\frac{r}{c}+\cos\theta'\cdot\frac{r'}{c})}{4\pi c r} dV'\end{aligned}\quad (9)$$

である。上添字 E は輻射 (Emission) を意味するものとする。式 10・10-(41) ~ (55) の logics に従って、式 10・10-(56), (57) は

$$\mathbf{H}^E = \nabla r \times \mathbf{E}^E, \quad \mathbf{R}^E = c\mathbf{E}^E \times \mathbf{H}^E = c(\mathbf{E}^E)^2 \nabla r \quad (10)$$

であるから、 \mathbf{E}^E を計算すれば十分である。 $\omega r'/c\pi \ll 1$ は今の場合仮定できないことが、 $\omega \sim 1/\tau$, 但し τ は衝突時間であるとして、推定される。(後程説明)。式 10・10-(60) より

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^E &= -\frac{1}{4\pi c^2 r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\iiint_{V'} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} \exp\left(-i\cos\theta'\cdot\frac{\omega r'}{c}\right) dV' \right]_{\perp} \\ &\quad \times \exp(i\omega\tau) d\tau \exp\left[-i\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)\right] d\omega\end{aligned}\quad (11)$$

となる。図 1 より判るように $\cos\theta' \cdot r' = \Delta r$ は \mathbf{r} 方向への行路程差である。 \perp は Emission の方向 \mathbf{r} に垂直な成分を意味する。従って

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^E &= -\frac{1}{4\pi c^2 r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\iiint_{V'} \left\{ \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} \right\}_{\perp} e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r} dV' \right] e^{i\omega\tau} d\tau e^{-i\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)} d\omega \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{G(\omega)} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\omega \text{ の振動数の振巾}} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{全 } \omega \text{ のスペクトラム}}\end{aligned}\quad (12)$$

といった構造になり、 ω のスペクトラム振巾

$$\mathbf{G}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\underbrace{\iiint_{V'} \left\{ \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} \right\}_{\perp} e^{-i\frac{\omega}{c} \Delta r} dV'}_{\mathbf{F}(\tau, \omega)} \right] e^{i\omega\tau} d\tau \quad (13)$$

が重要になる。もし $\mathbf{F}(\tau, \omega) = \mathbf{F}(\omega)$ で、 τ に依存しない場合には

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(\omega) e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{\mathbf{F}(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left[\frac{e^{i\omega\tau}}{i\omega} \right]_{\tau=-\infty}^{\tau=+\infty} \\ &= \frac{\mathbf{F}(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{2}{\omega} \sin \omega T_0 \rightarrow 0 \quad (\text{平均値}) \end{aligned} \quad (14)$$

となる。従って、 \mathbf{F} が τ に依存しなければ、 $\mathbf{G}(\omega) \rightarrow 0$ となる。これはもちろん当然であって、 $\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)/\partial \tau$ の τ 依存性が、Emission に基本的に重要である。また一方

$$\mathbf{F}(\tau, \omega) = \mathbf{F}^0(\omega) e^{\pm i(\omega + \Delta\omega)\tau} \quad (15)$$

であって、 τ に関し、 $\omega + \Delta\omega$ の振動数で振動しているものとする、

$$\mathbf{G}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}^0(\omega) e^{i(\pm\omega \pm \Delta\omega + \omega)\tau} d\tau$$

$$e^{+i(\omega + \Delta\omega)\tau} : \begin{cases} \frac{\mathbf{F}^0(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{2}{\omega_0 + \Delta\omega} \sin(2\omega + \Delta\omega)T_0 \rightarrow 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$e^{-i(\omega + \Delta\omega)\tau} : \begin{cases} \frac{\mathbf{F}^0(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{2}{-\Delta\omega} \sin(-\Delta\omega T_0) \end{cases} \quad (17)$$

となり、式(17)の場合、 $\Delta\omega \rightarrow 0$ で、 δ 関数的に値が発散することが判る。従って $\mathbf{F}(\tau, \omega)$ の $e^{-i\omega\tau}$ 附近の成分が、最も重要なことを示す。しかしながら、式(9)のような変換が一般に成立つので、式(12)において $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} d\tau$ はフーリエ成分抽出の手段に過ぎず、 \mathbf{E}^E そのものの大小を決める演算ではないと理解される。

さて以上の準備の後、われわれの対象に対して、

$$\mathbf{F}(\tau, \omega) = \iiint_{V'} \left\{ \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} \right\}_{\perp} e^{-i\frac{\omega}{c} \Delta r} dV' \quad (18)$$

の計算に移る。以上の結果として、 τ 依存性のある項のみが有効な成分である。今試料を C_2 と名付け、図2に示すように、半径 $R_0 = 6\text{mm} = 6 \times 10^{-3}\text{m}$ の球であるとする。また連続電荷密度 $\rho(\mathbf{r}', \tau)$ 、 $\mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)$ より、不連続電荷分布に移る。従って

$$\begin{aligned} \iiint_{V'} \left\{ \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} \right\}_{\perp} e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r} dV' = \\ \iiint_{V'} \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial \tau} \{ (-e) \delta^{(3)}[\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{\alpha}(\tau)] \mathbf{v}_{\alpha}(\mathbf{r}_{\alpha}(\tau)) \}_{\perp} \\ e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r_{\alpha}} dV' \end{aligned} \quad (19)$$

である。こゝに $\delta^{(3)}[\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{\alpha}(\tau)]$ は $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_{\alpha}(\tau)$ に極大を持つ三次元のデルタ関数で、 $\mathbf{r}_{\alpha}(\tau)$ は電子 α の位置ベクトルの軌跡であり、 $\mathbf{v}_{\alpha}(\mathbf{r}_{\alpha}(\tau))$ はその速度である。

さて一ケの電子 α に着目すると

$$\begin{aligned} \iiint_{V'} (-e) \frac{\partial}{\partial \tau} \{ \delta^{(3)}[\mathbf{r}' - (\mathbf{r}_{\alpha}^0 + \mathbf{v}_{\alpha}^0 \tau + \frac{\mathbf{a}_{\alpha}^0}{2} \tau^2)] \cdot \\ (\mathbf{v}_{\alpha}^0 + \mathbf{a}_{\alpha}^0 \tau) \}_{\perp} e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r_{\alpha}} dV' \\ = \iiint_{V'} (-e) \left(\left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} \delta^{(3)}[\mathbf{r}' - (\mathbf{r}_{\alpha}^0 + \mathbf{v}_{\alpha}^0 \tau + \frac{\mathbf{a}_{\alpha}^0}{2} \tau^2)] \right\} (\mathbf{v}_{\alpha}^0 + \mathbf{a}_{\alpha}^0 \tau)_{\perp} \right. \\ \left. + \delta^{(3)}[\mathbf{r}' - (\mathbf{r}_{\alpha}^0 + \mathbf{v}_{\alpha}^0 \tau + \frac{\mathbf{a}_{\alpha}^0}{2} \tau^2)] (\mathbf{a}_{\alpha}^0)_{\perp} \right) \cdot e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r_{\alpha}} dV' \end{aligned} \quad (20)$$

である。こゝに \mathbf{v}_{α}^0 、 \mathbf{a}_{α}^0 は $\tau = 0$ の速度と加速度であって、 \mathbf{a}_{α}^0 は、 $R_0 > r_{\alpha} > R_0 - \Delta R_0$ 、 $\Delta R_0 \sim 10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$ 程度の場所でのみ値を持つものとする。電子間の相互作用はこゝでは無視する。式(20)の第一項は移動している δ 関数の時間微分の空間積分であって、図3に示されるように、速度の方向の前後の値が、正負正確に相殺される。またこの相殺は加速度があっても関係しない。従って、

$$\mathbf{F}(\tau, \omega) = \sum_{\alpha} (-e) [\mathbf{a}_{\alpha}^0(\mathbf{r}_{\alpha}(\tau))]_{\perp} e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r_{\alpha}} \quad (21)$$

が得られる。

こゝで電子の箇数や密度の評価を行っておく。今表面に深度 1 \AA 、面積 $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ の体積を考えると、その体積 ΔV は

$$\Delta V = 10^{-10} \times (10^{-3})^2 = 10^{-16} \text{ m}^3 \quad (22)$$

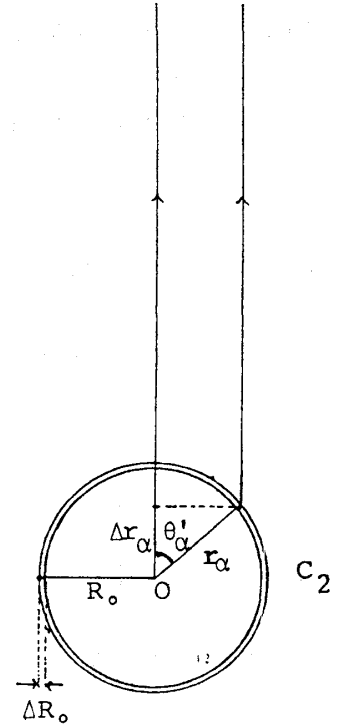


図2. V' を球状のクーロン・ガス C_2 と考えて、その表面附近にある電子の位置ベクトル \mathbf{r}_{α} などの定義。

今、銅Cuとして、格子定数 $a_0 = 3.61 \text{ \AA}$ の立方体単位胞中に4ケ、従って原子の個数密度

$$n_0 = 4 / (3.61 \times 10^{-10})^3 = 8.50 \times 10^{28} \text{ ケ/m}^3 \quad (23)$$

であるから、同上体積中に原子、従って電子数は

$$\Delta N = 8.50 \times 10^{12} \text{ ケ} \quad (24)$$

存在することになる。また電子が、 Cu^+ 原子の配列と同様面心立方格子を組む場合と、体心立方格子を組む場合には、その最近接電子間距離が、それぞれ

面心立方格子	体心立方格子
$\frac{a_0}{\sqrt{2}} = 2.553 \text{ \AA}$	$\frac{\sqrt{3} a_0}{2 \sqrt{2}} = 2.481 \text{ \AA}$

$$(25)$$

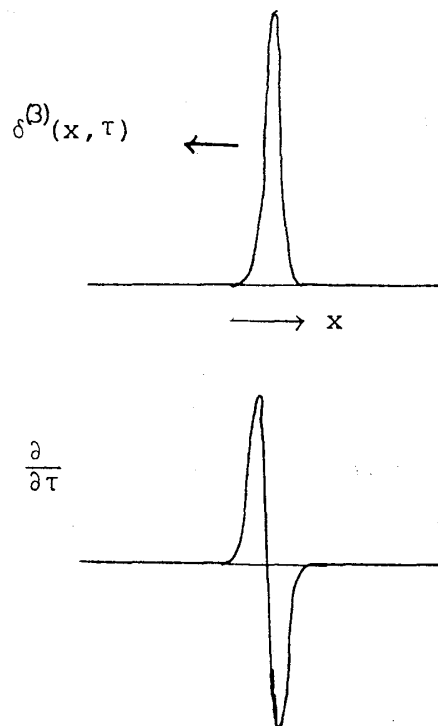


図3. 移動している δ 関数の時間微分の空間積分が、零になることを示す図。

となる。その差は2.8%で非常な僅差であることを記憶して戴きたい。因みに単純立方格子を形成するものとする

と、 $a_0/4^{1/3} = 2.27 \text{ \AA}$ が最近接電子間距離である。(この事は §5 でクーロン・ガス中の電子の熱揺動自由度を考える際に重要となる。) 今電子の速度を、常温の $kT = 0.03 \text{ eV}$ 程度の運動エネルギーと考えて、 $10^7 \text{ cm/sec} = 10^5 \text{ m/s}$ とし、境界領域の厚みを 1 \AA 位として、直角に入射して、そのまゝ衝突し、反射するものとする、衝突時間は

$$(2 \times 1) \text{ \AA} / 10^5 \text{ m/sec} \sim 2 \times 10^{-15} \text{ sec} \quad (26)$$

となる。一定の加速度で、減速と逆転、更に逆加速されるものとする、その衝突時間 τ_c は簡単な計算で、(こゝで §5 で問題となる電子相互間の電磁相互作用による、加速度境界領域の厚みの拡がりは無視する。)

$$\tau_c = \frac{2v_0}{a_0} = \frac{4\Delta z_{\max}}{v_0} \quad (27)$$

となる。こゝに v_0 は初めと終りの速度の絶対値で、 a_0 は加速度、 Δz_{\max} は加速度を受けて移動した垂直最大距離であって、境界領域の厚みに対応する。この値は式(26)より2倍程度時間 τ_c が大きくなっているだけである。従って、垂直でなく斜めに入射している場合も考慮し

て、式(26)と(27)より

$$\tau_c \sim 4 \times (10^{-15} \sim 10^{-14}) \text{ sec} \quad (28)$$

と評価することが出来る。

さて式(13)，(21)より

$$\mathbf{G}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_a (-e) [\mathbf{a}_a^0(\mathbf{r}_a(\tau))]_{\perp} e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r_a} e^{i\omega\tau} d\tau \quad (29)$$

である。 $\mathbf{G}(\omega)$ には観測方向に関して加速度の垂直成分 $[\mathbf{a}_a^0(\mathbf{r}_a(\tau))]_{\perp}$ のみが有効で、境界壁の構造から、この値は \mathbf{r}_a の値にのみ依存し、電子の速度の値と方向や、時間に依存しないと見做されるところが、重要である。図4のように座標軸を取ると、

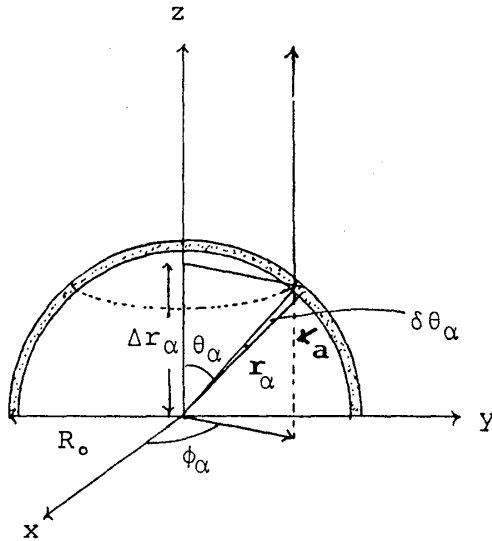


図4. 電子の位置座標 \mathbf{r}_α , θ_α , ϕ_α , Δr_α などの定義を示す図。

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_\alpha^0(\mathbf{r}_\alpha(\tau))_{\perp} &= a_\alpha^0(r_\alpha(\tau))(-\nabla r_\alpha)_{\perp} \\ &= -a_\alpha^0(r_\alpha(\tau))(\cos \phi_\alpha(\tau) \cdot \nabla x + \sin \phi_\alpha(\tau) \cdot \nabla y) \sin \theta_\alpha(\tau) \end{aligned} \quad (30)$$

である。従って

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_a (+e) a_\alpha^0(r_\alpha(\tau))(\cos \phi_\alpha(\tau) \cdot \nabla x + \sin \phi_\alpha(\tau) \cdot \nabla y) \sin \theta_\alpha(\tau) \\ &\quad e^{-i\frac{\omega}{c}r_\alpha(\tau) \cos \theta_\alpha(\tau)} e^{i\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad (31)$$

である。

さて一ケの電子に注目すると、それが加速度 $a_\alpha^0(\mathbf{r}_\alpha(\tau)) \neq 0$ であるのは $\tau_c \sim 4 \times 10^{-(15 \sim 14)}$ sec の間であるから、そのフーリエ成分の有効な ω は

$$\omega \sim \frac{1}{\tau_c} \sim 2.5 \times 10^{(14 \sim 13)} \quad (32)$$

である。従って、その範囲の ω に対し、式 (31) の位相因子が、略々一定と見做せる Δr_α の範囲 $\delta(\Delta r_\alpha)$ は、

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{1}{\tau_c} \delta(\Delta r_\alpha) &\sim 0.1 \\ \delta(\Delta r_\alpha) &\sim 0.1 \times 3 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-(15 \sim 14)} \sim 10^{-(7 \sim 6)} \text{ m} \\ &= (1000 \text{ \AA} \sim 1 \mu) \end{aligned} \quad (33)$$

である。今の場合、円柱対称性があるから、位相の等しい領域は、 $\delta(\Delta r_\alpha)$ を上記の値として、円周に沿うすべての ϕ_α の領域が、適格になる。現在の条件下でその円周は 30mm 程度であるから、式 (33) の $\delta(\Delta r_\alpha)$ を持つ、深度 1 \AA のリボン状の全表面体積は

$$\delta V \sim 3 \times 10^{-2} \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-(7 \sim 6)} \text{ m}^3 = 3 \times 10^{-(19 \sim 18)} \text{ m}^3 \quad (34)$$

であり、その中の電子の総数 δN は

$$\delta N = n_0 \delta V \sim 2.6 \times 10^{10 \sim 11} \quad (35)$$

となる。この数は十分に大きいから、式 (31) の和は積分で置き換えることが出来そうに思われる。今仮りに、 \sum_α の和を積分で置き換えると、

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (+e) \iiint a(r) (\cos \phi \cdot \nabla x + \sin \phi \cdot \nabla y) \sin \theta \\ e^{-i \frac{\omega}{c} r \cos \theta} \cdot e^{i \omega \tau} d\tau n(r) r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr \end{aligned} \quad (36)$$

である。従って ϕ で積分して、式 (36) は恒等的に零になる。このことは円柱対称性に依存しない一般的な結論である。それは式 (29) の和を積分で置き換えると

$$\mathbf{G}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (+e) e^{i \omega \tau} d\tau \iiint a(\zeta) e^{-i \frac{\omega}{c} \Delta r_\alpha} n(\zeta) \mathbf{n}_\perp dV \quad (37)$$

と一般的に書ける。こゝに ζ は表面に垂直で、内部に向う座標軸で、表面で零と仮定される。

\mathbf{n}_\perp は表面の法線ベクトル \mathbf{n} の、 \mathbf{r}_z に垂直な成分である。表面の面積ベクトルを $d\mathbf{S}$ とすると

$$d\mathbf{S} = dS \mathbf{n} \quad , \quad d\mathbf{S}_\perp = dS \mathbf{n}_\perp \quad (38)$$

であって、今 $\Delta r_\alpha = \text{一定}$ の切断面の周囲 C に沿った線素ベクトルを $d\mathbf{l}$ とすると（図1で Δr 一定の断面の周囲を C と考えて戴きたい。）

$$\mathbf{n}_\perp dV = \mathbf{n}_\perp dS d\zeta \quad , \quad \mathbf{n}_\perp dS = d\mathbf{l} \times d(\Delta r_\perp) \mathbf{r}_z \quad (39)$$

であるから、式(37)は

$$\mathbf{G}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} (+e) \int a(\zeta) \mathbf{n}(\zeta) d\zeta \int d(\Delta r_\alpha) e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r_\alpha} \oint_C d\mathbf{l} \times \mathbf{r}_z \quad (40)$$

と変形される。但し積分の順序は適当に入れ換えたのであって、分離できた訳ではない。しかし、 Δr_α と ζ 一定の条件下で、 $\oint_C d\mathbf{l}$ が遂行できるから、式(40)は恒等的に零になる。式(40)には、この零因子の他に、その位相因子

$$e^{-i\frac{\omega}{c}\Delta r_\alpha} \quad (41)$$

があって、式(33)の計算と同様に

$$\frac{1}{c} \frac{1}{\tau_c} \delta(\Delta r_\alpha) \sim 2\pi \quad (42)$$

とおくことにより、

$$\delta(\Delta r_\alpha) \sim 7 \times 10^{-(6 \sim 5)} \text{m} = (7\mu \sim 70\mu) \quad (43)$$

の距離の $\delta(\Delta r_\alpha)$ で、位相は 2π 回転し、積分値を零として了う。

従って先ず当面する課題は式(29)の和を積分で置き換えることが、可能であるか否かである。この際重要な次の一般原則に注意しなければならない。それは今関係している電子の箇数は、式(35)の箇数に、式(42)によって与えられる位相因子の 2π 領域への拡張を加えることにより、少くとも

$$N \sim 2 \times 10^{12 \sim 13} \quad (44)$$

といった膨大なものである。それで、もし、すべての電子の出す電磁輻射が、すべて一致した

位相を持っているものとする、その全電磁輻射は、式(10)に示される $(\mathbf{E}^E)^2$ の関係式のために、一電子の出す電磁輻射の

$$N^2 \sim (2 \times 10^{12 \sim 13})^2 = 4 \times 10^{24 \sim 26} \quad (45)$$

倍といった膨大なものになる。式(40)で与えられた $\oint_C d\mathbf{l} = 0$ や、位相因子の積分値零は、式(45)のような膨大な値にはならないことを言っているに過ぎないのであって、式(45)の

$$1/2 \times 10^{(12 \sim 13)} \quad (46)$$

倍である、箇々の電子の電磁輻射量の単純総和、 N 倍程度にもならないことを、十分に証明したものではない。すなわち、われわれは 10^{10} といった数に関係してくると、単純な数学の近似計算における常識が通用しなくなることに、特に注意しなければならない。近藤氏が、1秒といった極めて短い緩和時間を出したのは、以上の事実の認識に基づくものである。しかし筆者は、クーロン・ガスの物性に関する厳密な知識の上に立って、単純総和よりも遙かに小さいと推定しているのであって、これから、その説明、解析に向う。

なお熱輻射との重要な相違点は、クーロン・ガスは電磁気学的に強く相関して居り、相互にかなり等間隔を保ち、電子密度 $n(\mathbf{r})$ も、驚くべき精度で一定であって、秩序整然とした衝突を繰返していると言えることである。筆者が、 10^{10} 倍*にもなり得ると言ったのは、以上の事実の存在により、1秒よりは遙かに永いものになることを譬えたのであって、数字そのものにはこだわって戴きたくない。とくに加速度の存在と電磁輻射とは直結せず、等温壁、もしくは完全反射壁で囲まれた熱平衡状態の場合、電磁輻射と電磁吸収は等量ずつ存在すると考えねばならないのである。従って、通常の温度域では、こうした特殊輻射よりも、電子密度の熱揺動を源とし、従って表面そのものではなく、表面近くの全体積を源とする熱輻射電磁波の方が、遙かにエネルギー損失項として重要であると推定していることも言及させて戴く。

§ 4. 熱揺動輻射および古典電子群の境界面衝突輻射の回数に関する概算評価と、その相異点を明確化する三つのモデル計算。

近藤氏は熱揺動輻射に対して適用されている式

$$\mathbf{E}^2 = \sum_i \mathbf{E}_i^2 + \sum_{i \neq j} \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{E}_j \rightarrow \sum_i \mathbf{E}_i^2 \quad (47)$$

* 年は非常識なことが判ったので、倍と訂正する。

を根拠として、単純総和でよいと主張された。式(47)は E_i の発生が、全くランダムで、相互に相関がない場合にのみ正しいのであって、これから示されるように、電氣的、磁氣的相互作用により、極めて嚴重に一定の電子密度が維持されているわれわれの電子群には、これらの前提は成立しない。巨視的にも微視的にも一定の電子密度で、衝突の確率は全表面で一様且つ連続的であって、遠方より眺めると連続流体のように秩序整然と互に相関した衝突を行っていると云える。従って、遠くより眺めたとき、熱擾乱作用が無視されるという条件下で、式(47)の期待値より遙かに小さく

$$|\Sigma E_i^E| \rightarrow 0 \quad (48)$$

になると推定される。その定量的評価に先立ち、まず式(47)だけを考える単純な立場で、熱輻射と電子ガス衝突の相異点を、簡単に説明する。

さて、いま温度 1000 °K として、黒体輻射の光量子数は、波長 5μ の付近に最大箇数があり、エネルギー分布 $d\epsilon/\epsilon \sim 10^{-3}$ 位の範囲の光量子と考えると、その箇数は

$$10^7 \text{ ケ/cm}^3 \quad (49)$$

程度である。以上の結論は、文献 21)，新版物理定数表の 330 頁に、筆者により計算された黒体輻射のデータが掲載されているが、その値を根拠としている。物理定数表は教育上の有効性も考慮し、著者達のオリジナルなデータも数多く盛られている。従って、一度眺められて御記憶戴き、必要に応じて御利用戴ければ幸である。さて、光は 1 cm の空間を $4t = 3 \times 10^{-11}$ sec で通過するから、 1 cm^3 の立方体空洞の壁から発射されているものとする、1 秒間に

$$3 \times 10^{17} \text{ ケ/sec} \quad (50)$$

発射されるとして、 $3 \times 10^{17} \times 4t = 10^7$ であり、つじつまが合う。そこで、その壁面積 6 cm^2 で割って、

$$5 \times 10^{16} \text{ ケ/cm}^2 \cdot \text{sec} \quad (51)$$

が壁面よりの発射の箇数の概算である。

一方われわれの電子は、式(24)より 1 \AA 厚で 1 cm^2 の面積の表面体積にある箇数が、

$$4n = 8.5 \times 10^{12} \text{ ケ/mm}^2 \sim 10^{15} \text{ ケ/cm}^2 \quad (52)$$

であるから、一電子当り式(28)により、時間 $\tau_c \sim 4 \times 10^{-(15 \sim 14)} \text{ sec}$ 消費しているものと

して、その衝突回数は

$$10^{15} / 4 \times 10^{-(15 \sim 14)} = 2.5 \times 10^{(29 \sim 28)} \text{ 回/cm}^2 \cdot \text{sec} \quad (53)$$

となる。式(51)と比較して、数が圧倒的に異なることにまず注目されたい。さらに電子の場合、境界面に依る加速度は表面深度のみの関数で方向が一定である。今発射されて空中にある emission の総数の評価は、 C_1 (§2)が、 1 cm^3 の立方体真空空間の外側を取り囲む形を持つものとして、その 6 cm^2 の壁から電子の衝突毎に emission が出るものとする、

$$2.5 \times 10^{29 \sim 28} \times 3 \times 10^{-11} \times 6 \sim 4.5 \times 10^{19 \sim 18} \text{ ケ/cm}^3 \quad (54)$$

となる。式(49)と比較して、圧倒的な密度の差をまず理解して戴きたい。

なお熱輻射の場合、その光量子のエネルギーの不確定度 $\Delta\varepsilon/\varepsilon \sim 10^{-3}$ を仮定したが、そうすると、波長 5μ の熱輻射電磁波の波束の長さ ΔD は

$$\Delta D \sim 5 \times 10^{-4} \text{ cm} \times 10^3 \sim 5 \text{ mm} \quad (55)$$

である。従って、その発射時間は

$$0.5 \text{ cm} / 3 \times 10^{10} \text{ cm/sec} \sim 2 \times 10^{-11} \text{ sec} \quad (56)$$

である。式(51)から、 $2 \times 10^{-11} \text{ sec}$ に、

$$10^6 \text{ ケ/cm}^2 \quad (57)$$

の箇数の熱光量子が発射される計算になる。これはもし、 1 cm^2 の中に平均分布すると、

$$10\mu \times 10\mu = 0.01 \text{ mm} \times 0.01 \text{ mm} \quad (58)$$

の面積に1ケの割合になる。更にこの光量子には進行方向の自由度もある。従って濃度的にも干渉の可能性が小さい。しかしながら、計算の根拠より推定されるように、式(47)の成立には光量子の量は関係なく、唯互に“完全に独立”であれば宜しいのである。この点を特に近藤氏が指摘されたことは記憶に留めさせて戴く。ところで、クーロン・ガスのBSには、式(47)の必要条件、“完全に独立”という前提が成立せず、その結果として式(47)の結論と決定的に異なる結果が期待されるのである。

さて、これから近藤氏の要望に直接答える計算過程に入る。一般に物理学の常套手段は、先ず物理学的にも、数学的にも完全に厳密な解答があるかどうかを探す。その枠組みが得られ

ば、それが最善であることは明らかである。しかし多くの課題に対しては、それが得られないから、近似計算に入らざるを得ない。その際二つの手法がある。一つは前提とした条件は物理学的に完全ではなく、ある近似にはなっているが、その後の計算は厳密で完全であるもので、他の一つは物理学的な条件は完全なものを考えてゆくが、その後の計算は完全には出来ないもので、半定量的な近似計算を使用していくものである。先ず本節では前者を紹介する。この場合数学的には厳密なので、それ自身各種の重要な意義を持つが、前提条件の物理性を十分考慮して、その結果を解釈しなければならない。後者の場合は、逆に計算が厳密化出来れば最終のゴールに到達できるのであって、本節の結果を踏まえて、§5以降で説明してゆくであろう。

さて近藤氏の提起したシンボリックな形式に従って、熱輻射の場合と、電子のBSの場合の相異点を浮彫りにする簡単な二つのモデル計算を示す。今直線上に等間隔に並んだ L 箇の点 $P_1, P_2, \dots, P_\alpha, \dots, P_L$ を考え、その位置座標を $1, 2, 3, \dots, \alpha, \dots, L$ としよう。次に P_α の中から、 N ケの点 P_λ ($L > N$)を任意に選び、 P_λ を電子の位置と考えて、それによるBSの電場の位相の和

$$\widetilde{E} = \sum e^{i\lambda\Delta} \quad (59)$$

を造る。 S は状態(State)を示し、 P_λ の一組に対応する。その時

$$|\widetilde{E}|^2 = \left(\sum e^{i\lambda\Delta}\right) \cdot \left(\sum e^{-i\lambda\Delta}\right) \quad (60)$$

の統計的期待値が、如何なる値を示すであろうかという課題を考える。なお位相にお釣が出ないように、又最简单にということ

$$L\Delta = 2\pi \quad (61)$$

と仮定する。この状況と、§3で示した具体的な状況とは次のように対応する。対象を図4の r_α の位置に設定し、その深度は 1\AA である。上式の 2π を得るために、 $\delta(\Delta r_\alpha)$ は式(43)の値、 $\delta(\Delta r_\alpha) \sim 20\mu = 0.02\text{mm}$ 、従って表面に沿った $r\theta_\alpha$ 方向²⁾の距離にして、

$$35\mu = 0.035\text{mm} = 3.5 \times 10^5 \text{\AA} \quad (62)$$

程度と考え、又円周方向には、§5で説明されることであるが、電子同志の運動が十分に相関している距離として、電磁波に対するクーロン・ガスの滲透深度定数で、かつマイスナー効果に対する滲透深度である λ_p (p はプラズマの p)

$$A_p = \sqrt{\frac{mc^2}{ne^2}} \sim 180 \text{ \AA} \quad (63)$$

の二倍程度として、 350 \AA を取った体積を考える。 350 \AA を電磁波が進む時間は 10^{-16} sec であって、丁度衝突時間、式 (26) の桁になるが、そのことは別に重要とは考えていない。この体積を $V_{2\pi}$ と呼ぶと、 $V_{2\pi}$ 中の全電子に対し、式 (29) の位相 $(\omega/c) \Delta r_\alpha$ が対象となっていて、それを便宜上 $\lambda \Delta$ で近似しているものと見做せる（符号は重要でないので無視する。）。 $V_{2\pi}$ の電子の総数 N は

$$N = 0.85 \times 10^{29} \times 10^{-10} \times (3.5 \times 10^{-5}) \times (3.5 \times 10^{-8}) \sim 10^7 \quad (64)$$

である。従って表面から眺めると

$$10^5 \times 10^2 \quad (65)$$

の形で電子が分布し、その電子間の最近接平均距離は、 3.5 \AA 程度ということになる。従って考えている直線は 35μ の距離に 10^7 箇以上の点を等間隔で配置させたもので、 3.5 \AA の距離の中に 100 箇程度の電子がある。 $L = N$ とすると、式 (60) が零になるのは当然であるが、このモデルの課題として、 $L > N$ の場合、どの程度の速さで、熱揺動の場合の値、即ち、 N に式 (60) が近接するか注目する。このモデルの場合、少くとも同一の時空点に、多数箇の電子が重畳することは避けられている。逆に、空間的に離れているが、同一の位相点に二つ以上の電子の来る場合が除外されるが、式 (62), (61) から、 3.5 \AA の距離の位相差 $2\pi \times 10^{-5}$ は十分小さく、いま $L = NK$ とすると、その間に $10^2 \times K$ 箇の点が存在し、 K 倍以上の重畳が實際上許されることになる。もちろん $L \gg N$ であれば、独立かつ重畳を許す熱輻射の場合と一致する筈である。

さて式 (60) は式 (59) の実部と虚部の絶対値の二乗の和よりなり、その各項の統計平均値は等しいと推定されるから、 \tilde{E} の実部だけ考えることにし、

$$E = \sum \cos \lambda \Delta \quad (66)$$

とする。その際、 $L = NK$ とすると

$$\Delta = 2\pi \frac{1}{L} = \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{K} \sim 6 \times 10^{-7} \cdot \frac{1}{K} \quad (67)$$

は非常に小さい数である。又表面の厚さ 1 \AA は極めて小さい距離であり、加速度 $\mathbf{a}_\alpha^0(\zeta)$ が、その範囲内で、 ζ に強くは依存しないと仮定して、電子の位置 ζ の \mathbf{a}_α^0 への影響を無視する立

場に先ず立つことにする。ζの影響については後程詳しく論じる。

さて統計計算の母関数²²⁾として

$$F(x, z) = \prod_{\alpha} (1 + xz^{\cos \alpha \Delta}) \quad (68)$$

を考える。その x^N の係数は

$$x^N \sum_S z^{\left[\sum_S \cos \lambda \Delta \right]} \quad (69)$$

である。 \sum_S は一つの状態 S の中で、点 P_λ に関する $\cos \lambda \Delta$ の和を取っており、 \sum_S は異なる状態 S, S', S'', \dots を全部足していることを注意する。ここで z に関して微分し、更に z を掛けて再微分すると

$$x^N \sum_S z^{\left(\sum_S \cos \lambda \Delta - 1 \right)} \left(\sum_S \cos \lambda \Delta \right)^2 \quad (70)$$

が得られる。異なる状態 S の総数は

$${}_L C_N = \frac{L!}{N! (L-N)!} \quad (71)$$

であるから、式(69)の係数で、 $z = 1$ とおき ${}_L C_N$ で割っておくと、求める統計平均は

$$\langle |\widetilde{E}|^2 \rangle = 2 \langle E^2 \rangle = \frac{2}{{}_M C_N} \sum_S \left(\sum_S \cos \lambda \Delta \right)^2 \quad (72)$$

として得られる。

実際計算は簡単で、式(67)より

$$\ln F = \sum_{\alpha} \ln (1 + xz^{\cos \alpha \Delta}) = \int_{\frac{1}{2}}^{L+\frac{1}{2}} \ln (1 + xz^{\cos \alpha \Delta}) d\alpha \quad (73)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = F \cdot \frac{\partial \ln F}{\partial z} = F \int_{\frac{1}{2}}^{L+\frac{1}{2}} \frac{xz^{\left[\cos \alpha \Delta - 1 \right]} \cos \alpha \Delta}{1 + xz^{\cos \alpha \Delta}} d\alpha$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial F}{\partial z} \right) = \frac{\partial F}{\partial z} \int_{\frac{1}{2}}^{L+\frac{1}{2}} \frac{xz^{\cos \alpha \Delta} \cos \alpha \Delta}{1 + xz^{\cos \alpha \Delta}} d\alpha$$

$$+ F \int_{\frac{1}{2}}^{L+\frac{1}{2}} \frac{xz^{\left[\cos \alpha \Delta - 1 \right]} (\cos \alpha \Delta)^2}{(1 + xz^{\cos \alpha \Delta})^2} d\alpha \quad (74)$$

となる。こゝで $z = 1$ とおくと,

$$(F)_{z=1} = (1+x)^L, \quad \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_{z=1} = 0 \quad (75)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial F}{\partial z}\right)\right]_{z=1} = x(1+x)^{L-2} \cdot \frac{L}{2} \quad (76)$$

その x^N の係数は

$$L^{-2} C_{N-1} \cdot \frac{L}{2} \quad (77)$$

であるから、式(71)より

$$\begin{aligned} \langle |\widetilde{E}|^2 \rangle &= \frac{2 \cdot N! (L-N)! (L-2)!}{L! (N-1)! (L-N-1)!} \cdot \frac{L}{2} \\ &= \frac{N(L-N)}{L-1} \doteq N \left(1 - \frac{N}{L}\right) \end{aligned} \quad (78)$$

が得られる。 $L \gg N$ であれば、熱輻射の場合、 N が得られるのは当然であるが、 L と N が、近接していても、 $N \neq L$ である限り、殆んど N が得られることは、式(78)の重要な結論である。従って、多数箇の電子が、同一時空点に重畳せず、電子の位置分布が、かなり等方的で、一様性を保っている状況のもとにおいても、なお近藤氏の主張が成立することを式(79)は示している。もちろん

$$\sqrt{\langle |\widetilde{E}|^2 \rangle} = \sqrt{N} \sqrt{1 - \frac{N}{L}} \quad (79)$$

である。この事実は、式(44)～(46)の附近で述べたように、巨大な数 N が関与した場合に現れる統計的性格の一端であって、式(78)、(79)は、仮定に従う限り、完全に厳密な計算結果になっているのである。

さて、しかしながら、このような結果は、上の計算が、次のような事例を、なお除外出来なかったことによるものと推定することが出来る。すなわち、今 P_L の次に P_1 を考え、直線を円で置き換える。次にこの円を任意の直径で二等分し、その一方の半円上に、電子が集中しているものとする。そうすると、その半円上に関する限り、位相は全部相加的であって、 $|\widetilde{E}|^2 \sim N^2$ の桁となり、他の半円上から来る相殺作用は、 N^2 の桁を変えないことになる。このような場合に出現する膨大な BS が、式(77)の計算結果を、著しく歪めていると考えられるの

である。§5で示すように、クーロン・ガスでは、電氣的、電磁的相互作用が極めて強く、このような状況の発生確率は、上記の計算の場合に比し、圧倒的に小さい事が後程証明される。

さて、こうした特殊な状況を除くために、 $N = L$ と仮定し、但し、各電子の位置は、正確に αA ではなく、

$$\alpha A + \varepsilon_\alpha \quad (80)$$

であって、 ε_α は正負の値を等しい確率で、場合、場合により取るものとする第二の近似を考える。その場合、場合として、式(39)の辺で述べた $A r_\alpha$ 一定の切断面の周囲 C に沿って、 $V_{2\pi}$ をすべて考えればよい。 $V_{2\pi}$ の総数 M は、 C の全長を 28mm とすると、

$$M = \frac{28 \times 10^{-3}}{350 \times 10^{-10}} = 8 \times 10^5 \quad (81)$$

にも達する。さて式(66)の二乗の平均値は

$$\begin{aligned} \langle E^2 \rangle &= \langle \sum_\alpha \cos(\alpha A + \varepsilon_\alpha) \cdot \sum_\beta \cos(\beta A + \varepsilon_\beta) \rangle \\ &= \langle \sum_\alpha [\cos^2 \alpha A \cdot \cos^2 \varepsilon_\alpha + \sin^2 \alpha A \cdot \sin^2 \varepsilon_\alpha - \cos \alpha A \cdot \sin \alpha A \cdot \cos \varepsilon_\alpha \cdot \sin \varepsilon_\alpha \\ &\quad - \sin \alpha A \cdot \cos \alpha A \cdot \sin \varepsilon_\alpha \cdot \cos \varepsilon_\alpha] + \sum_{\alpha \neq \beta} [\cos \alpha A \cdot \cos \beta A \cdot \cos \varepsilon_\alpha \cdot \cos \varepsilon_\beta \\ &\quad + \sin \alpha A \cdot \sin \beta A \cdot \sin \varepsilon_\alpha \cdot \sin \varepsilon_\beta - \cos \alpha A \cdot \sin \beta A \cdot \cos \varepsilon_\alpha \cdot \sin \varepsilon_\beta \\ &\quad - \sin \alpha A \cdot \cos \beta A \cdot \sin \varepsilon_\alpha \cdot \cos \varepsilon_\beta] \rangle \end{aligned} \quad (82)$$

となるが、電子の位置の変位 1 \AA に対する ε_α の値は、

$$\varepsilon_\alpha = \frac{2\pi}{350000} \sim 1.8 \times 10^{-5} \quad (83)$$

であって、十分に小さい。又正負の値を統計的に取るものと仮定される。従って、それが、独立に掛っている項はその統計平均が零になり、

$$\begin{aligned} \langle E^2 \rangle &= \langle \sum_\alpha [\cos^2 \alpha A \cdot \cos^2 \varepsilon_\alpha + \sin^2 \alpha A \cdot \sin^2 \varepsilon_\alpha] \\ &\quad + \sum_{\alpha \neq \beta} \cos \alpha A \cdot \cos \beta A \cdot \cos \varepsilon_\alpha \cdot \cos \varepsilon_\beta \rangle \\ &= \langle \sum_\alpha [\cos^2 \alpha A \cdot (1 - \varepsilon_\alpha^2) + \sin^2 \alpha A \cdot \varepsilon_\alpha^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\alpha \neq \beta} \cos \alpha \Delta \cdot \cos \beta \Delta \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_\alpha^2 + \epsilon_\beta^2}{2}\right) > \\
= & \left\langle \sum_\alpha \cos \alpha \Delta \cdot \sum_\beta \cos \beta \Delta + \sum_\alpha \epsilon_\alpha^2 (-\cos^2 \alpha \Delta + \sin^2 \alpha \Delta) \right. \\
& \left. + \sum_{\alpha \neq \beta} \epsilon_\alpha^2 (-\cos \alpha \Delta \cdot \cos \beta \Delta) \right\rangle \quad (84)
\end{aligned}$$

が得られる。もちろん

$$\sum_\alpha \cos \alpha \Delta = 0, \quad \sum_{\beta, \beta \neq \alpha} \cos \beta \Delta = -\cos \alpha \Delta \quad (85)$$

$$\left\langle \sum_\alpha \epsilon_\alpha^2 \cos^2 \alpha \Delta \right\rangle = \left\langle \sum_\alpha \epsilon_\alpha^2 \sin^2 \alpha \Delta \right\rangle \quad (86)$$

であるから、

$$\begin{aligned}
\langle |\tilde{E}|^2 \rangle &= 2 \langle E^2 \rangle = 2 \left\langle \sum_\alpha \epsilon_\alpha^2 (-\cos \alpha \Delta)^2 \right\rangle \\
&\sim 2 \langle \epsilon_\alpha^2 \rangle \left(\sum_\alpha \cos^2 \alpha \Delta \right) = \langle \epsilon_\alpha^2 \rangle N \quad (87)
\end{aligned}$$

が得られる。こゝで $\langle \epsilon_\alpha^2 \rangle$ が、平均変位 1 \AA に対応する ϵ_α の値、式 (83)、の二乗程度であるとする、ストカスティックな場合の値 N に比し、 10^{-10} 程度に小さくなると期待される。さらに、 1 \AA ではなく、 0.1 \AA の程度であるとする、更に 10^{-2} の因子が掛けられることになる。式 (78) の結論と比較して、 1 \AA といった大きい変位の平均値を仮定したにも拘らず、式 (87) の値は驚く程小さい。これは、この近似で、 $L = N$ として、電子数密度分布に高い一様性を仮定したからである。§ 5 以降において、電子数密度の分布に関しては、ストカスティックな場合に比し、質的に異なる一様性を持つことの、十分な証明が、与えられることを予告し、この事実を以下の解析では嚴重に仮定してゆく。

さて近藤氏は、式 (82) の計算は不完全であり、

$$E^2 = \left\langle \sum_\alpha \eta_\alpha \cos(\alpha \Delta + \epsilon_\alpha) \cdot \sum_\beta \eta_\beta \cos(\beta \Delta + \epsilon_\beta) \right\rangle \quad (88)$$

とすべきことを主張された。こゝに η_α は、式 (37) の加速度 $a(\zeta)$ の ζ 依存性を示したものであって、 $\eta_\alpha \geq 0$ であり、その平均値 $\overline{\eta_\alpha} = 1$ と仮定される。 η_α を ϵ_α と同様、完全にストカスティックとすると、式 (88) からは膨大な BS の値が期待される。従って近藤氏の疑点に答えるためには、電子数の分布に加えて、 η_α の分布の一様性を加えねばならない。その一つ

の考え方は次の如くである。先ず式(81)の M ケの $V_{2\pi}$ を全部加えて、 $N = 8 \times 10^{12}$ ケの電子を考える。この電子群について

$$\sum_i \eta_i \cos \alpha_i \Delta \quad (89)$$

を造る。こゝに α_i は非整数であって差支えない。ところで、われわれは後程説明するように、 350 \AA 位の範囲の電子はとくに相互に相関し、 η_i に就いても相互に補償して平均値を与えるように行動していると考え。 $10^1 \sim 2.5 \text{ }^\circ\text{K}$ 程度の温度の熱電磁輻射の波長は、 $10^2 \sim 1 \mu$ 以上であることも注意される。この点を浮き彫りにするため、式(62)の $r \theta_\alpha$ 方向に 350 \AA 位の長さを考え、その長さについて、式(89)の和を一度平均化操作を加えることにする。この長さは、式(62)に従って、位相差 $\pm \epsilon_0$

$$\epsilon_0 = \pi \times 10^{-3} \quad (90)$$

であり、その中には、仮定により嚴重に

$$N_0 = 8 \times 10^9 \text{ ケ} \quad (91)$$

の電子が存在する。式(65)によって、現在

$$\Delta = \frac{2\pi}{10^7}, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 10^7 \quad (92)$$

である。従って、周期性の境界条件を考慮して、

$$\sum_i \eta_i \cos \alpha_i \Delta = \frac{1}{10^4} \cdot \sum_{\alpha}^{\alpha\Delta - \epsilon_0 < \alpha_i \Delta < \alpha\Delta + \epsilon_0} \sum_i \eta_i \cdot \cos \alpha_i \Delta \quad (93)$$

$$= 10^{-4} \sum_{\alpha} \bar{\eta}(\alpha\Delta) \cdot N_0 \cdot \cos \alpha\Delta \quad (94)$$

である。位相 $\alpha\Delta$ を $0 \leq \alpha\Delta \leq \pi$ と $\pi \leq \alpha\Delta \leq 2\pi$ に分割することにより

$$\sum_i \eta_i \cdot \cos \alpha_i \Delta = 8 \times 10^5 \cdot \sum_{\alpha=1}^{5 \times 10^6} [\bar{\eta}(\alpha\Delta) - \bar{\eta}(\pi + \alpha\Delta)] \cos \alpha\Delta \quad (95)$$

が得られる。ストカスティックな場合には、式(95)の係数は、次のように評価される。すなわち

$$\left(\sum_i^{N_0} \eta_i - N_0 \bar{\eta} \right)^2 = \left[\sum_i (\eta_i - \bar{\eta}) \right]^2$$

$$= \sum_i (\eta_i - \bar{\eta})^2 + \sum_{i \neq j} (\eta_i - \bar{\eta})(\eta_j - \bar{\eta}) \sim N_0 \overline{(\eta_i - \bar{\eta})^2} \quad (96)$$

ここに、 $\bar{\eta}$ は厳密な平均値で、 $\sum_i \eta_i$ は箇々の場合の和であり、式(95)の $N_0 \bar{\eta}(\alpha A)$ 、 $N_0 \bar{\eta}(\pi + \alpha A)$ が対応し、従って、 $N_0 \bar{\eta}$ から、偏異する程度は、式(96)により

$$\sqrt{(\sum_i \eta_i - N_0 \bar{\eta})^2} \sim \sqrt{N_0} \sqrt{\overline{(\eta_i - \bar{\eta})^2}} \sim 0.3 \sqrt{N_0} \quad (97)$$

となる。従って、筆者の主張は、このストカスティックな場合の変動値よりも、十分に小さいこと、すなわち

$$[\bar{\eta}(\alpha A) - \bar{\eta}(\pi + \alpha A)]^2 \ll \frac{0.1}{N_0} \quad (98)$$

が成立することである。式(87)の例のように、もし位相に整合作用があれば、式(98)の左辺の値は、容易に 10^{-10} 位の因子で減少する。従って、クーロン・ガスが、その電子数密度の分布に関して、表面層を含めて、ストカスティックではなく、十分に一樣であることを証明すれば、近藤氏の要望に回答したことになる結論される。次節以降では以上の準備の上に立ち、古典電子ガスの物性、とくに電子数密度の一樣性とその揺動の程度に関して、電磁熱統計力学の立場から本格的な解析を行う。なお電子ガスの長距離に及ぶ一樣性の成立に関して、たとえば合金の規則格子などは、その要素機構は極めて短距離の最隣接原子間相互作用であるけれども、結果としては結晶全体に及ぶ長距離の秩序に発展していることを注意する。後程述べるように、クーロン・ガス中の電磁相互作用は、非常に強力なものであり、かつそれ自身、既に極めて長距離に及ぶ相互作用であって、従って、それらが協力的に働いて、例えば電子密度や、前記の $\alpha(\zeta)$ 、 ϵ_α の分布などに、結晶全体に亘って、非常な一樣性が発生していることが予告される。

なお以上の BS の計算と異なり、式(47)の熱輻射 E_i の場合には、表面上で、場所的に異なる位置から発射された E_i という風に単純に理解されるから、問題は少ない。

§ 5. 古典電子ガスの電磁輻射と熱揺動に係する二、三の物性

近藤氏は § 3 と § 4 の程度の説明に満足されず、その飯田氏へⅨ、Ⅹ、Ⅺ（未公表）において、執拗に、箇々の衝突を独立と考えた輻射損失の存在を主張された。従って、本節で近藤氏の要望される定量計算に入る。ただし、これからの計算は、半定量的であって、完全にストカスティックな場合とは、 10^n という桁で異なることを示すことに重点があり、その n が、5 であるか、7 であるか、10 であるかには重点はない。従って $10^2 \sim 3$ の因子の誤差は、予定の誤差以

内と考えさせて戴く。

さて既に § 1, § 2 で説明したように、完全反射壁、もしくは等温壁で囲まれた閉空間内におかれた熱平衡状態のクーロン・ガス系では、その電子群の境界面における衝突反転運動が、熱輻射を行うのか、熱吸収を行っているのかは不定であって、一般には両者を等しい確率で、且つ周波数にも依存して行っていると考えられる。従って、近藤氏提起の BS 計算は問題の核心ではないことを今一度注意させて戴く。また電子の加速度運動の原因としては以下に示されるように、電子間のクーロン相互作用が最大の因子であって、境界は単に、そこでは、それに加うるに、方向の整然と定まった加速度が、存在するという事に過ぎないのである。こゝで一般にわれわれは電磁力の強さを過少評価し勝ちであることを注意させて戴く。新電磁気学で紹介²³⁾したように、今 1 cm の半径の二つの球が、10 cm 隔たって存在したとし、各球中には、各原子の箇数の 10^{-6} 倍だけの電子が余分に存在したとすると、両球間には 100 万トンの超マンモス・タンカーを支えることの出来る力が働く。クーロン・ガスは、このような電子が、各一箇一箇、原子間距離で相互作用しているのものであるという認識を新たにして戴きたい。

さてこれからの計算の物理的理由づけを先ず行っておく。熱平衡においては加速度運動は一般に輻射エネルギーの発射と吸収を等しい確率で行うと考えられるから、少なくとも遅延ポテンシャルで計算した BS は、その半分が発射されていると推定できる。もちろん吸収が同量あれば平均としてエネルギーの損失がない訳であるが、少なくともその BS の総量を知ることは物理学的に意義がある。又内部の電子間の相互作用の結果生じた加速度運動に伴う BS の計算は、加速度の方向が、相殺的であるという点で、第一次効果は消えるが、単純ではない。これらに比し、簡単であり、従って熱輻射の一般論への足掛りとしての意味を持つものと考えることが出来る。以上のような見地で、ともかく表面の境界層のみに存在する古典電子群の、境界面の存在に基づく加速度運動からのみ期待される遅延ポテンシャル電磁場に伴う BS の定量評価を考える。なお新体系物理学では古典物理学的描像をその限界まで使用する。その意味でこれからの古典物理学計算は量子物理学的に無意味ではないと予想する。

さて、まずクーロン・ガスが、長距離相互作用である強いクーロン静電力によって、如何に強く相関し、一様な電子分布を形成しているかを示す。磁気や電気の二重極相互作用も、長距離相互作用ではあるが、クーロン力は、それよりも明瞭に次数の一つ高い長距離性を持つ作用力であって、クーロン・ガスは電子密度の揺動に関する限り、気体よりも液体的であることが容易に示される。ただし箇々の電子の速度の平均値が、 10^5 m/s といった超高速であることも注意される。これは電子の質量 m が、原子・分子に比し、 10^{-4} 倍といった小さなものであることに起因するのであって、その結果、たとえば太平洋を 1 秒の何分の一かで往復する海底ケー

ブルの導体中の電荷担体として、電磁シグナルの印加に対し、超高速で応答するのである。
(この電子群に対し、古典クーロン・ガスの近似はある程度成立する。) その応答速度は、
そのプラズマ振動数, ω_p ,

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n e^2}{m}} = 1.64 \times 10^{16} \text{ s}^{-1} \quad (99)$$

によって与えられると考えられ、その時間定数 τ は

$$\tau = \frac{1}{\omega_p} \sim 0.61 \times 10^{-16} \text{ sec}$$

である。この時間は、式(28)の衝突時間 τ_c よりも十分に短いことが注意される。われわれは、通常の古典気体とは、全く性格の異なった超気体(提案用語)をその対象としているのであって、数学だけが、その物性を解く鍵であることを最初に明確化させて戴く。近藤氏の示された、古典気体との類推に基づく単純な推理は成立しないのである。

さて、電子の運動方程式は

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -e \mathbf{E}, \quad x = -\frac{eE}{2m} t^2 + v_0 t + x_0 \quad (100)$$

で与えられる。従って、電場 E が、余分に新たに加わった場合、

$$\Delta x = -\frac{eE}{2m} t^2 \quad (101)$$

だけの変位が、余分に発生する。今電子が、2ヶ近接したとすると、その誘起する余分の E は 3 \AA の距離で、

$$\Delta E = \frac{e}{4\pi r^2} \sim 4.8 \times 10^4 \text{ sT} = 1.6 \times 10^8 \text{ V/cm} \quad (102)$$

である。従って、式(101)により、周囲の電子がその状況を緩和するため $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ゆくのに、 $2.6 \times 10^{-16} \text{ sec}$ しか要しないことになる。われわれの電子の平均速度を、常温を考えて 10^5 m/s とすると、 1 \AA を 10^{-15} sec で移動するから、それより遙かに早い訳で、従って、二電子が近接する状況は、もし発生したとしても、瞬間的に消失するのである。

近藤氏の要望に応えるためには、本格的にクーロン・ガスを定義しておかねばならない。クーロン・ガスの定義としては、従来の方法^{24,25)}に従って、一様な正電荷密度 ρ^+ が、考えている体系、 C_1 と C_2 の形で存在するものとし、その中に丁度その正電荷を中和する箇数の電子が入っているものとする。もちろん正電荷と電子との間の摩擦のようなものは一切ないと仮定される。その密度は Cu 金属を例として、 $\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^+ + e^-$ と考えた電子の箇数を考える。

Cu 金属の原子間距離は $r_{12}^0 = 2.553 \times 10^{-10} \text{m}$ であるが、上の仮定で、既に表面からの深度が、 $r_{12}^0/2 \sim 1.2 \text{\AA}$ の位置に来た電子は境界の存在を平均的に感じて、逆加速を静電的に受けることになる。従って境界領域の巾 1\AA はむしろ控え目の値になる。電子間距離の平均揺動の計算は、他の電子がすべて、 Cu^+ の原子核位置に対応する面心立方格子を形成した位置にあると仮定し、その中で注目している電子を中心位置から Δr だけ移動させ、その余分の静電エネルギーが、 kT に等しいとおいて評価することにする。注目電子を含む原子多面体を除いて、その外側の一切の電子および正電荷密度 ρ^+ よりの静電場が相殺していて零と置くことは許される近似である。従って自分と、自分を含む正電荷の原子多面体との静電相互作用エネルギーの変分になるが、原子多面体を球で近似することにより、厳密にその増分エネルギー ΔE は

$$\Delta E = \frac{e^2(\Delta r)^2}{2b^3} = kT = (0.03, 0.1, 1) \times 1.602 \times 10^{-19} \text{J} \quad (103)$$

と計算される。こゝに

$$b = 1.411 \times 10^{-10} \text{m} = 1.411 \text{\AA} \quad (104)$$

は同上の球の半径である。(0.03, 0.1, 1) eV は常温, 10^3K , 10^4K の温度に対応する。その値は

表 1

kT	0.03 eV	0.1 eV	1 eV
Δr	0.031\AA	0.056\AA	0.176\AA
$r_{12}^0 - \Delta r$	2.522\AA	2.497\AA	2.377\AA
$r_{12}^0 + \Delta r$	2.584\AA	2.609\AA	2.729\AA

であって、電子間距離の平均の変動は、この評価では 3 ~ 14 % といった僅少なものになる。もちろん各電子は 10^5m/s といった超高速の運動状態にあり、表 1 は単に平均値を示したものであって、その 2 倍、4 倍といった変位も頻繁に発生して居り、三次元的な世界のなかで、直線的な運動と、曲線的な運動とが組合さって、複雑な液体と気体の中間状態のような運動状態にあるものと推定されるが、その平均電子間距離は相当の精度で一定に近いことが、表 1 に示されていると解釈される。従って平均距離の意味では気体よりも液体に近く、“飯田氏へⅧ”において近藤氏が“飯田モデル”として掲示された図は、正規の格子を組まないことと、 10^{-13}\AA といった数字を無視した上では、一つの瞬間における実際の姿に近いと言える。

この状況を正確に把握するためには当然、その融解温度、 T_M が問題となる。古典電子ガスが低温でウィグナー結晶になることは良く知られて居り、²⁶⁾ その融解温度などの研究は近時盛んになっている。^{24, 25)} 通常の結晶との重要な相異点として、クーロン静電相互作用は長距離性であると共に、短距離で急激には（通常結晶では r^{-6} 等）増加しない事が指摘される。式(103)はその表現の一種を示して居り、前提された条件の下で、大きい Δr の値まで成立する厳密式になって居るから、通常結晶の場合とは本質的に相違する。また通常結晶に存在する方向に依存した結合の概念も存在しない。しかし一方プラズマ振動数は 10^{16} であって、式(103)からも同一の値が得られるから、その点では 10^{13} 前後の振動数の通常固体より遙かにデバイ温度が高そうにも思えるのである。ところが三次元のクーロン・ガスに対し、計算機を使用したシュミレーション計算の結果は^{27, 24)}

$$[(e^2/4\pi r^0)/k T_M] \sim 155 \pm 10^{27, 24)} \quad (105)$$

を与えている。従って、 r^0 を面心立方格子の値 2.553 \AA (式(25)) と置いたとき、式(105)に従う T_M は、約 410 K となる。従って T_M は常温付近であって、意外に低いのである。その原因を解明するために、一つの電子の熱エネルギーが、 $n k T$ になる確率 w_n を、 N 箇の $k T$ のエネルギーが、全くストカスティックに N 箇の電子に分配されたとして計算してみると、

$$w_n = {}_N C_n \left(\frac{1}{N}\right)^n \left(\frac{N-1}{N}\right)^{N-n} = \frac{e^{-1}}{n!} \quad (n \ll N) \quad (106)$$

であって、その値は表 2

表 2

n	w_n	n	w_n
0	0.368	6	5×10^{-4}
1	0.368	7	7×10^{-5}
2	0.184	8	9×10^{-6}
3	0.061	9	1×10^{-6}
4	0.015	10	1×10^{-7}
5	0.003		

のようになる。従って $10 k T$ のエネルギーを持ち、原子間距離が、表 1 の Δr の $\sqrt{9} \sim 3$ 倍程度なる確率は非常に小さい。その確率は 250 \AA 位の立方体の中に、やっと 1 箇位しか存在しないのである。従って、 T_M が予想外に低い理由は Δr の大きい揺動の確率が相当にあるという

よりも、むしろ式(25)に示されているように、僅か3%の最近接原子間距離の揺動で、既に面心立方格子から、体心立方格子に変わり得る、三次元の格子点配置の、高い自由度にあると結論される。表1に示されているように、 Δr で3%の揺動は、既に常温において、その平均値として存在する。従って、結晶は時々刻々、面心立方的領域と、体心立方的領域と、更に六方稠密的や、その他の変化を微視的に行うことが予想され、 10^5 m/s の超高速の存在下で、各電子は互に有機的に連絡した、ストカスティックな運動を行い得ることを意味するものとする。従って表1に示される非常な精度の平均電子間距離と、ガスの状態とは矛盾せず、超気体である電子ガスの一つの性格を明瞭に示すものということが出来る。

さて、この平均電子間距離の著しい均一性は、長距離まで考慮した場合、むしろその相対精度が高まる特徴を持つ。今一辺 $1,000 \text{ \AA}$ の立方体中には平均で、 8.5×10^7 ケの電子が入っている。今その箇数の 10^{-6} 、即ち 85 ケが余分に増したとすると、その結果表面に発生する電場は略々(イメージ因子2を加えて)

$$\begin{aligned} \Delta E &= 2 \times \frac{85 \times e}{4\pi \times (10^{-7} \text{ m})^2} = 73^\circ \text{T} \\ &= 250 \text{ kV/cm} \end{aligned} \quad (107)$$

であって、巨大である。この体積の最近接電子数は 1.5×10^6 ケと計算されるから、 $1.7 \times 10^{-4} \text{ \AA}$ 程度移動すると、その余分の箇数は消えることになる。その為の時間は式(101)によって、 $0.9 \times 10^{-16} \text{ sec}$ 以下と計算される。このことは、こうした状況が極めて発生し難いとする以下の結論を裏書きする数字である。因みに統計揺動 \sqrt{N} は 9,200 箇の桁である。

さて一様分布よりも、電子が1ケだけ、余分に入っているために、その余分の静電エネルギーが、 $kT = (0.03, 0.1, 1 \text{ eV})$ になる球状の体積の半径 R_1 を計算しよう。それは余分のクーロン・エネルギー

$$\frac{(\Delta Q)^2}{4\pi R_1} = \frac{e^2}{4\pi R_1} \sim kT = (0.03, 0.1, 1) \text{ eV} \quad (108)$$

と置くことによって、求められ、 R_1 とその体積 V_1 、平均電子数 N_1 は、

表 3				
$kT(\text{eV})$	$R_1(\text{\AA})$	$V_1(\text{\AA}^3)$	N_1	$\sqrt{N_1}$
0.03	500	5.2×10^8	5×10^7	7×10^3
0.1	167	1.9×10^7	1.6×10^6	1.3×10^3
1	17	1.9×10^4	1.6×10^3	40

と求められる。この結果、熱統計平均として、常に1箇の電子が過不足するような大きさの球の半径は R_1 の桁ではなかろうかという推定が成立する。もちろん N_1 箇の電子の入った球のエネルギーの平均揺動値は $\sqrt{3N_1} kT$ の桁であろうが、そのエネルギーは $3N_1$ 箇の自由度のすべてに、平均的に分配されて居り、一つの自由度に就いて言うとは kT の桁であろう。従ってこの推定は、平均電荷密度を1つの独立な自由度と考え、その直結したエネルギーとして、電子間の静電相互作用エネルギーを採ったことを意味するのである。 $\sqrt{3N_1} kT$ との差は、各電子の運動エネルギーや、各電子間の微視的に揺動している相互作用エネルギーが受持っていることと推定していることになる。これらの計算で、 $\sqrt{10}$ 位の因子の差は問題としていないのであるが、厳密な立場からは化学ポテンシャルの評価、従って特に、エントロピーの役割りの評価が問題になる。従って、次節で、古典電子ガスにおけるエントロピーの定量的評価に関係するモデル計算を紹介する。

§ 6. 電場中の古典電子ガスの電荷分布が示す熱統計効果の解析

帯電または電場中にある古典電子ガス中の電荷分布は一様ではない。その非均質な電子密度は、温度によって、その非均質部分の拡がりに差を生じると予想される。この差を熱統計力学によって解明することは、古典電子ガスにおける電子密度分布の熱揺動のエントロピー効果の定量的な評価を与えるものとする。

さて、今二つの古典電子ガス $C_1 + C_2$ を考える。本論と異なり、それぞれ、 Q_1, Q_2 の総電荷に帯電しているものとする。その際電子密度の分布関数 $n_1(\mathbf{r})$, $n_2(\mathbf{r})$ を、温度の関数として決定する。

さて系の全電磁エネルギー U_{em} は

$$\begin{aligned} U_{em} &= \iiint_{\infty} \frac{\mathbf{e}^2 + \mathbf{h}^2}{2} dV = \iiint_{\infty} \frac{[\bar{\mathbf{e}} + (\mathbf{e} - \bar{\mathbf{e}})]^2 + \mathbf{h}^2}{2} dV \\ &= \iiint_{\infty} \frac{\mathbf{E}^2}{2} dV + \iiint_{C_1+C_2} \frac{(\mathbf{e}')^2 + (\mathbf{h}')^2}{2} dV, \quad \mathbf{h}' = \mathbf{h} \end{aligned} \quad (109)$$

である。ここに \mathbf{e}' , \mathbf{h}' はマクスウェル・ローレンツの ripple 電磁場である。仮定により巨視的電流 $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ は存在しないから、 $\mathbf{h}' = \mathbf{h}$ になる。

新電磁気学²⁾ § 2.8, p. 83, § 2.4, p. 71などに説明されているように、同種の電荷が半連続的²⁾に分布している場合の電気エネルギーは、その電気担体の自己エネルギーを無視し、且つ同種の電荷を余り近接させない自然な状況を認めた場合に、その半連続分布の内部構造に依

存せず、巨視的な電気量によって決定される。しかしながら、現在の状況は同種の電荷のみの半連続分布ではなく、正電荷の海の中に、電子が存在する状況なので、上の結論をそのまま認めることは出来ない。従って式(103)などにも示されているように、体系の電気エネルギーは、電子分布の微視的内部構造に依存する。しかし本節の解析では、その内部構造依存性を無視する立場を取る。この近似によって、各電子は内部エネルギーを高めることなく近接できることになり、エントロピー効果は拡大されると予想される。

さて、こうした近似の結果、式(109)の最終式の第二項で有効に残るのは、各電子の自己エネルギーに寄与する自己電磁場の項だけであって、新体系物理学の立場(文献 1), 物理学会提出論文 I, II) では、それらは各電子の運動エネルギーの一部を構成するから、その本体をも加えて、全体系の必要なエネルギー U は、式(109)より

$$U = U_E + U_{kT} \quad (110)$$

$$U_E = \iiint_{\infty} \frac{E^2}{2} dV = \iiint_{C_1+C_2} \frac{\phi(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r})}{2} dV \quad (111)$$

であって、 U_{kT} は電子群の運動エネルギーになる。なお熱輻射エネルギーは $1:10^{-20}$ といった小さなものなので無視する。式(111)の形になると、 U_E が、 $\rho(\mathbf{r})$ の内部構造に依存(完全な微視的構造ではなく、半微視的で、 $\rho(\mathbf{r})$ の符号を変えないような内部構造)しないことは、先に新電磁気学で説明した通りである。

さて、 C_ξ の電子数密度 n_ξ の、平均値 \bar{n}_ξ よりの変異分は、極度に小さいものであって、

$$n_\xi(\mathbf{r}) - \bar{n}_\xi = \Delta n_\xi(\mathbf{r}) \ll \bar{n}_\xi \quad (112)$$

であるから、局所的なエントロピーを、速度の分布に依存する部分と、電子の位置の分布に依存する部分の二つに明確に別けることは悪い近似ではない。そして、速度分布に依存する部分は、温度 T の関数であり、 $\Delta n_\xi(\mathbf{r})$ に依存せず考慮の外におけると仮定する。次に巨視的には小さく、微視的には大きい体積 ΔV を考え、電子に対する最小の必要体積を d^*V として、

$$\frac{\Delta V}{d^*V} = L \gg 1 \quad (113)$$

と考える。 d^*V としては電子のコンプトン波長の大きさ¹⁾, $(10^{-2} \text{ \AA})^3 \sim 10^{-36} \text{ m}^3$ や、§5 の解析によって推定される最近接可能空間 $(10^{-1} \text{ \AA})^3 \sim 10^{-33} \text{ m}^3$ などが、一つの目安であろうが、結果は ΔV にも、 d^*V にも依存しないので、明確化する必要がない。

さて、 C_1+C_2 を ΔV によって細分し、その一つを ΔV_i とする。今 ΔV_i に N_i 箇の電子が

入っているものとする、その分配方法は

$${}_L C_{N_i} = \frac{L!}{(L-N_i)! N_i!} \quad (114)$$

である。そのエントロピー ΔS_i は

$$\begin{aligned} \Delta S_i &= k \ln {}_L C_{N_i} \\ &= k \left[\left(L + \frac{1}{2} \right) \ln L - \left(L - N_i + \frac{1}{2} \right) \ln (L - N_i) \right. \\ &\quad \left. - \left(N_i + \frac{1}{2} \right) \ln N_i - \ln \sqrt{2\pi} \right] \end{aligned} \quad (115)$$

である。計算はスターリング公式²¹⁾を用いている。従って C_ξ の全エントロピー S_ξ^n は

$$\begin{aligned} S_\xi^n &= \sum_i \sum_{in} C_\xi \Delta S_i = k \left[\sum_i \left(L + \frac{1}{2} \right) \ln L - \sum_i \left(L - N_i + \frac{1}{2} \right) \ln (L - N_i) \right. \\ &\quad \left. - \sum_i \left(N_i + \frac{1}{2} \right) \ln N_i - \sum_i \ln \sqrt{2\pi} \right] \end{aligned} \quad (116)$$

である。熱統計力学の変分は N_i に関して行う。変分を式 (116) の儘で行うのは一つのミスである。その結果は

$$\begin{aligned} \delta S_\xi^n &= k \left[\sum_i \delta N_i \ln (L - N_i) + \sum_i \frac{1}{2(L - N_i)} \delta N_i \right. \\ &\quad \left. - \sum_i \delta N_i \ln N_i - \sum_i \frac{1}{2N_i} \delta N_i \right] \end{aligned} \quad (117)$$

である。 N_i, L はそれぞれ小さくない数であるとして、小さい項を消すと

$$\begin{aligned} \delta S_\xi^n &= k \sum_i \delta N_i \ln \frac{L - N_i}{N_i} = k \sum_i \delta N_i \ln \frac{L}{N_i} \\ &= -k \sum_i \delta N_i \ln N_i \end{aligned} \quad (118)$$

が得られる。こゝで $\sum_i \delta N_i = 0$ は当然の前提である。

こゝで分布関数 $n_i(\mathbf{r})$ を用いて、

$$N_i = n_i \Delta V$$

$$\therefore \delta S_\xi^n = -k \iiint_{C_\xi} \delta n_i (\ln n_i + \ln \Delta V) dV$$

$$\begin{aligned}
&= -k \iiint_{C_\xi} \ln n_i \cdot \delta n_i \, dV \\
&= -k \iiint \ln \left[\bar{n}_\xi \left(1 + \frac{\Delta n_\xi}{\bar{n}_\xi} \right) \right] \cdot \delta (\Delta n_\xi) \, dV \\
&= -k \iiint \frac{\Delta n_\xi}{\bar{n}_\xi} \cdot \delta (\Delta n_\xi) \, dV
\end{aligned} \tag{119}$$

である。

さて、自由エネルギーは

$$F = U - TS = U_{kT} + U_E - T(S_{kT} + S_1^n + S_2^n) \tag{120}$$

である。 $\delta U_{kT} = 0$, $\delta S_{kT} = 0$ の拘束下で、極小を計算する。ところで、 n_0 を C_ξ が、帯電していないときの電子密度とすると、

$$\begin{aligned}
\rho_\xi(\mathbf{r}) &= -e [n_\xi(\mathbf{r}) - n_0] = -e [\bar{n}_\xi - n_0 + \Delta n_\xi] \\
&= -e [\Delta \bar{n}_\xi + \Delta n_\xi]
\end{aligned} \tag{121}$$

である。こゝに、

$$\bar{n}_\xi - n_0 = \Delta \bar{n}_\xi, \tag{122}$$

は、平均の過不足電子密度であって、 V_ξ を体積とすると

$$Q_\xi = -e \Delta \bar{n}_\xi V_\xi \tag{123}$$

$$\delta \rho_\xi = -e \delta (\Delta n_\xi) \tag{124}$$

である。さて

$$\delta U_E = \iiint \iiint \frac{\rho(\mathbf{r}_1) \delta [\rho(\mathbf{r}_2)]}{4\pi r_{12}} \, dV_1 \, dV_2 = \iiint \phi(\mathbf{r}) [\delta \rho(\mathbf{r})] \, dV \tag{125}$$

である。又

$$\delta S_\xi^n = k \iiint \frac{\Delta n_\xi \delta \rho_\xi}{e \bar{n}_\xi} \, dV \tag{126}$$

である。もちろん拘束条件として

$$\iiint_{V_\xi} \delta \rho_\xi dV = 0 \quad (127)$$

がある。従って、自由エネルギー F の極小条件は、

$$\iiint_{V_\xi} \left[\Phi(\mathbf{r}) - T k \frac{\Delta n_\xi}{e \bar{n}_\xi} \right] \delta \rho_\xi = 0 \quad (128)$$

であって、その解は

$$\Phi_\xi(\mathbf{r}) = \frac{kT}{e} \frac{\Delta n_\xi}{\bar{n}_\xi} + \Phi_\xi^0 \quad (129)$$

である。 Φ_ξ^0 は式 (127) より来るラグランジュの未定係数であり、 C_ξ の平均の電気ポテンシャルに等しいことになる。従って

$$\Delta n_\xi = - \frac{\rho_\xi}{e} - \frac{Q_\xi}{(-eV_\xi)} \quad (130)$$

$$\Phi_\xi(\mathbf{r}) - \Phi_\xi^0 = - \frac{kT}{\bar{n}_\xi e^2} (\rho_\xi - \bar{\rho}_\xi) \quad (131)$$

$$\mathbf{E}_\xi(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi_\xi(\mathbf{r}) = \frac{kT}{\bar{n}_\xi e^2} \nabla \rho_\xi(\mathbf{r}) \quad (132)$$

$$\rho_\xi(\mathbf{r}) = \nabla \cdot \mathbf{E}_\xi(\mathbf{r}) = \frac{kT}{\bar{n}_\xi e^2} \Delta \rho_\xi(\mathbf{r}) \quad (133)$$

が得られる。

さて、式 (133), (132) から、 $\rho_\xi(\mathbf{r})$, 従って、 $\mathbf{E}_\xi(\mathbf{r})$ が、ロンドン方程式を満足し、その解は

$$\rho_\xi(\mathbf{r}) = \rho_0(x, y) \exp\left(-\frac{z}{\Lambda_\xi}\right) \quad (134)$$

であることが判る。ここに、

$$\Lambda_\xi = \sqrt{\frac{kT}{\bar{n}_\xi e^2}} \quad (135)$$

はこの場合の滲透深度定数で、 z は、表面より内部に向う座標、 x, y は表面に平行な座標軸である。 $\rho_0(x, y)$ は当然 x, y の二次の係数以上は非常に小さいものと予想される。従って

$$\Phi_\xi(\mathbf{r}) = \Phi_\xi^0 - \frac{kT}{\bar{n}_\xi e^2} \left[\rho_0 \exp\left(-\frac{z}{\Lambda_\xi}\right) - \bar{\rho}_\xi \right] \quad (136)$$

であって、表面では

$$\phi_{\xi}(\mathbf{r}) = \phi_{\xi}^0 + \frac{kT}{\bar{n}_{\xi} e^2} (\bar{\rho}_{\xi} - \rho_0) \quad (137)$$

内部深くでは

$$\phi_{\xi}(\mathbf{r}) = \phi_{\xi}^0 + \frac{kT}{\bar{n}_{\xi} e^2} \bar{\rho}_{\xi} \quad (138)$$

である。

今 kT として、 $10^{-4} \sim 10^0$ eV を入れると、次表のように熱拡散滲透深度定数 A_{ξ} が計算される。

表 4. クーロン・ガスの電子分布密度の熱拡散深度定数

kT (eV)	0.0001	0.001	0.01	0.03	0.1	1
A_{ξ} (Å)	0.00255	0.0081	0.0255	0.044	0.0806	0.255

室温附近 0.03 eV として、 4.4×10^{-2} Å であって、熱拡散深度定数は非常に小さい。この値は式 (98) の成立に重要な意義を持つものである。

なお速度分布の考慮や、電子間の相関静電エネルギーなどの考慮を行っても、多少の数因子を除いて、以上の数字は殆んど変化がないものと予想される。それは、次元解析法を適用すると

$$[kT] = ML^2 T^{-2} \quad (139)$$

$$[\bar{n}_{\xi}] = L^{-3} \quad (140)$$

$$[e] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \quad (141)$$

であって、速度分布を関係させた場合、電子の質量

$$[m] = M \quad (142)$$

が加わることになるが、(139) と (141) は時間 T の次元を持ち、これを消去すると、必然的に M も消去されるので、 $[m]$ の入る余地がなく、式 (135) は殆んど、一義的な形式を持っていると推定されるからである。

さて式 (134), (135) が、 C_1, C_2 の電荷量 Q_1, Q_2 に依存しないことは特に注意される。

もし実際問題として、 C_2 が半径 1 cm の球であり、 -10^2 Volt に帯電しているものとする、表面にある過剰電子間の平均隣接距離は、 $1\mu = 10,000 \text{ \AA}$ といった大きなものになる。しかしながら、ものすごい電荷を与えて、表面における電子密度の予想値が、たとえば 2 倍になったとしても、表 4 の熱拡散深度定数の桁は変わらないのである。われわれの直接の関心事は、電子ガス中における電子の筒数密度分布の熱揺動であって、上記の計算とは直接の関係にはない。しかし表面に二倍の電子密度があったとしても、その電子密度の熱擾乱効果による拡がり、表 4 で与えられ、予想よりも遙かに短いものであるという感覚をこの計算から得ることが出来る。

さて、上記の近似方法を維持しながら、われわれの関心事項の計算に移る。表 4 の数字を頭において、今 C_2 中の小体積 V_0 を考える。 V_0 は表 3 の V_1 程度を考えている。 V_0 中に存在する電子の筒数の揺動を熱統計確率によって計算する。 C_2 の総体積を V_2 として、

$$L_2 = \frac{V_2}{d^* V}, \quad L_0 = \frac{V_0}{d^* V} \quad (143)$$

を定義する。又電子の総数を N_2 , V_0 中の平均筒数を N_0 とする。今 V_0 中に

$$N = N_0 + \Delta N, \quad \Delta N = 1, 2, 3, \dots \quad (144)$$

を考える。その相対確率 $w_0(\Delta N)$ は

$$\begin{aligned} w_0(\Delta N) &= \frac{L_2 - L_0}{L_2} C_{N_2 - N} \cdot \exp\left[-\frac{U_E(\Delta N)}{kT}\right] \\ &= \frac{(L_2 - L_0)!}{(L_2 - L_0 - N_2 + N)! (N_2 - N)!} \cdot \frac{L_0!}{(L_0 - N)! N!} \cdot \exp\left[-\frac{U_E(\Delta N)}{kT}\right] \end{aligned} \quad (145)$$

である。 $U_E(\Delta N)$ は式 (111) より計算されるもので、 $\Delta N = 1$ に対する近似値は式 (108) に与えられる。さて相対確率を $w_0(0) = w(\Delta N = 0)$ と比較して

$$\begin{aligned} \Delta N = 1, \quad \frac{w_0(1)}{w_0(0)} &= \frac{(N_2 - N_0)}{(L_2 - L_0 - N_2 + N_0 + 1)} \cdot \frac{(L_0 - N_0)}{(N_0 + 1)} \exp\left[-\frac{U_E(\Delta N = 1)}{kT}\right] \\ &\doteq \frac{(L_0/N_0 - 1)}{(L_2/N_2 - 1)} \cdot \exp\left[-\frac{U_E(\Delta N = 1)}{kT}\right] \end{aligned} \quad (146)$$

$$\Delta N = 2, \quad \frac{w_0(2)}{w_0(0)} = \frac{(N_2 - N_0)(N_2 - N_0 - 1)(L_0 - N_0)(L_0 - N_0 - 1)}{(L_2 - L_0 - N_2 + N_0 + 1)(L_2 - L_0 - N_2 + N_0 + 2)(N_0 + 1)(N_0 + 2)}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \exp \left[- \frac{U_E(\Delta N = 2)}{k T} \right] \\
& = \frac{(L_0/N_0 - 1)^2}{(L_2/N_2 - 1)^2} \exp \left[- \frac{U_E(\Delta N = 2)}{k T} \right] \quad (147)
\end{aligned}$$

となる。 $L_0/N_0 = L_2/N_2$ は当然であるから、 $L_0/N_0 \gg 1$ である限り、式(147)は、§5の表3の評価が、十分な近似であることを示しているものと受取ることが出来る。従ってわれわれは、表3はエントロピーの考慮を払った上でも成立すると結論するのである。

§7. 熱平衡状態にある古典電子群の境界面衝突に伴う電磁輻射の最大値の定量的評価

さて一般に近藤氏が仮定したように、完全に独立であると、平均筒数 N の平均揺動筒数、標準偏差値といわれるが、は \sqrt{N} である。²⁸⁾ 従って表3には $\sqrt{N_1}$ が併記されているが、1と $\sqrt{N_1}$ は非常な差である。このことを実感で味わって戴きたい。完全に独立であると、例えば体積を n 倍すると、平均揺動筒数は

$$\sqrt{Nn} = \sqrt{N} \cdot \sqrt{n} \quad (148)$$

となって \sqrt{n} 倍になる。ところが、われわれのクーロン・ガスでは、平均揺動電子筒数 f に対応する球の体積 V と半径 R は、式(108)と同一の考え方を適用した場合

$$\frac{(fe)^2}{4\pi R} \sim kT, \quad \frac{4\pi}{3} R^3 = V \quad (149)$$

$$\therefore f \sim \sqrt{4\pi kT} \cdot e^{-1} \cdot \sqrt{R} = (4\pi)^{\frac{1}{2}} 3^{\frac{1}{6}} e^{-1} (kT)^{\frac{1}{2}} V^{\frac{1}{6}} \quad (150)$$

となって、 $V^{\frac{1}{6}}$ あるいは \sqrt{R} 倍にしかならないことになる。これは式(148)と較べて、

$$n^{\frac{1}{2}} \rightarrow n^{\frac{1}{6}}, \quad R^{\frac{3}{2}} \rightarrow R^{\frac{1}{2}} \quad (151)$$

であって、非常な相異である。この考え方を逆に適用して、表3の R_1 を電子一ケ当りの平均体積の球の半径 b (式(104)) に縮小させた場合に $f=1$ は $\sqrt{b/R_1}$ 倍される。その値は $kT = 0.03 \text{ eV}$ では 0.053 である。この値は表1の $\Delta r / (r_{12}^0/2) = 0.024$ と桁数で一致して居り、二つの考え方が基本的に consistent であることを示している。

但し、式(151)は無制限に大きい R には適用出来ないと考えられる。それは平均速度を 10^5 m/s として、電子が電子間の平均距離 3 \AA 程度を移動するのに平均 $3 \times 10^{-15} \text{ s}$ 位要するで

あろう。その時間内に、電子の移動を示す電磁シグナルは

$$\Delta L = 9 \times 10^{-7} \text{ m} = 9,000 \text{ \AA} \sim 1 \mu \quad (152)$$

位しか移動できない。常温でない場合、0.1 eV, 1 eV として、平均速度が、それぞれ $\sqrt{3.3} = 1.8$ 倍、 $\sqrt{33} = 5.7$ 倍になるから、上記の長さ ΔL は

$$0.1 \text{ eV} \sim 5,000 \text{ \AA}, \quad 1 \text{ eV} \sim 1,600 \text{ \AA} \quad (153)$$

となる。従って、表 3 の R_1 は、この数字の範囲内であるから、その論理は差支えないが、式 (149) – (151) の計算を、 $R > \Delta L$ の範囲にまで拡張することは許されないと推定される。 $R \gg \Delta L$ では、ストカスティックな要素が加わってくるものと予想される。もちろん既に強調しているような相互作用の協力的効果による長距離性によって、相互の相関が全くなくなるという予想にはならないけれども、以上の要素を計算に取り入れて、単純化して、 R が ΔL の値になるまでは式 (151) が成立し、それ以上では電磁シグナルの速度の有限性のために、電磁相関は切れて、ストカスティックになるという仮定を導入して、計算を進めることは、相関に関して、慎重に小さく見積ったものと言えるであろう。

以上の準備によって、 $R < \Delta L$ である範囲において、電子の分布密度の揺動は、クーロンの静電相互作用と、熱擾乱効果との競合を要因として発生して居り、 10^5 m/s といった超高速の存在にも拘らず、単純な統計的ストカスティック効果の状況とは本質的に性格が異なることが、明瞭化されたものと言える。従って、われわれの考えているクーロン・ガスを形成する多数の電子は、クーロンの静電力によって強く相関し、高速度のストカスティックと見える運動を行っているにも拘らず、短距離は勿論、長距離においても、式 (99) あるいは式 (102) の下あたりで説明した 10^{-16} 秒と言った超高速の応答を行い、又常に行い得る運動状況を保っていて、いわば非常な緊張状態で、しかし表 1 で示されたような電子間距離の平均揺動値を示しつつ、時々刻々、周囲の電子分布から決定されるポテンシャルの谷の中を、 $n k T$, $n \lesssim 4$, (表 2) 程度のポテンシャル・エネルギーの変動の範囲内で、スルスルと通り抜けているものといった描像が成立するものとする。通常気体の場合や、非常に薄い電子気体の場合に成立した平均自由行路程という概念は成立しないのである。従って電子の箇数密度はもちろんであるが、例えば同一方向に速度の成分を持つ電子群は、表 3 の R_1 位の距離までは強い相関を持っていないと、表 3 の R_1 を結果として維持することが出来ないと推定される。固体の場合のリング拡散に似た形式で、全電子が、有機的かつ自動的に、かなりの長距離範囲まで緊密に相関して、運動していると見做されねばならないのである。

こうした状況の成立を具体的に明確化することが、各電子に伴う、Lienard-Wiechart ポテンシャル²⁹⁾を考察することによって、なされる。それはローレンツ・ゲージで、

$$\{ \mathbf{a}(\mathbf{r}), \phi(\mathbf{r}) \} = \left\{ \frac{q\mathbf{v}}{4\pi c r}, \quad \frac{q}{4\pi r} \left[1 + \frac{(\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}})^2 - \dot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{r}}{2c^2} \right] \right\} \quad (154)$$

である。^{30,31)} $q = -e$ は電荷で、 \mathbf{r} は考えている電子と注目点を結ぶ距離ベクトル、 \mathbf{v} , $\dot{\mathbf{v}}$ は電子の速度および加速度である。電子が一様な運動²⁹⁾ではなく、加速度運動を行っていても、 $(v/c)^2$ と $\dot{\mathbf{v}}r/c^2$ までの近似で、式(154)は成立し、その範囲までは遅延ポテンシャルと予進ポテンシャルの差が現れないこと^{30,31)}も重要な点である。式(154)から、その誘起する電場 \mathbf{e} , 磁場 \mathbf{h} が

$$\mathbf{e} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t}, \quad \mathbf{h} = \nabla \times \mathbf{a} \quad (155)$$

であることは無論である。式(154)は実在としての資格を持つローレンツ・ゲージの表現であるが、多くの他の場合におけると同様クーロン・ゲージの表現を数学的手段として使用すると便利である。式(154)はクーロン・ゲージによって、

$$(\mathbf{a}^c(\mathbf{r}), \phi^c(\mathbf{r})) = \left(\frac{q\mathbf{v}}{4\pi c r} + \frac{q\hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{v})}{8\pi c r}, \quad -\frac{q}{4\pi r} \right) \quad (156)$$

と表現され、³⁰⁾ 加速度 $\dot{\mathbf{v}}$ は陽に現れないことになる。式(155)はもちろん \mathbf{a}^c , ϕ^c に対して適用できる。式(155)において、 $-\nabla\phi^c$ はもちろん主要項であって、電子が運動するとき、もとの位置の近くでは、今まで存在した $-\nabla\phi^c$ が、減少してゆくから、周囲から、他の電子が、その穴を埋めるように加速されることは当然である。更に、 \mathbf{e} の今一つの成分 $(-\partial \mathbf{a}^c / c \partial t)$ は、式(156)の \mathbf{a}^c の大きさから考えて、 $-\nabla\phi^c$ よりも $(v/c)^2 \sim 10^{-7}$ 位小さい項ではあるが、レンツの法則に従う磁気誘導効果を示すものであって、注目している電子と逆方向の加速度を周囲の電子群に与える。この値は小さいけれども、近傍の全電子群に対する効果は莫大であり、もし、全く独立に一つの電子を叩き込んだとしても、表皮深度と等しい、プラズマの滲透深度 $200 \sim 400 \text{ \AA}$ (式(63))の範囲内で、その補償作用は完成して了うのである。また一方において、重畳原理の立場も成立する。その立場に立つと、各瞬間瞬間において、式(155)の電磁相互作用が、各電子に関して全く独立に存在し、長距離まで他の電子の運動を制御するものと考えてよく、各電子は結果として、これらの電磁作用の重畳効果に従って運動することになる。ストカスティックな熱擾乱作用は、外界から来る熱輻射を通じて、電子ガス系

の表面には絶えず注がれているが、内部における各電子の運動は、上記のように完全に相関したものになっていなければならないのである。こうした強い位相の逆整合作用は、式(152)の辺で述べた $4L$ の距離まで作用している筈であって、式(63)の A_p はもちろん、その範囲内である。式(62)の 2π に対応する長さも、その $4L$ の解析的な連続延長の範囲であることは無論であると考えられる。従って近藤氏の仮定したような、完全なランダム状態は起り得ないのである。

さて近藤氏はあくまで厳密な定量的評価を求めて居られる。こゝまで解析が進んで来ると、式(83), (87)の辺で仮定したところの、電子の平衡位置からの平均的揺動値 1\AA という値は、大き過ぎることがあっても、小さ過ぎることのない値であると考えられる。それは表1の範囲内であって、既に表3から、ある位置で二つの電子が接近すると、その近傍では必ず、他の電子が、多少離れて、その附近における電子密度の揺動を、零に押さえているものと見做せるからである。従って近藤氏のいう1秒という値の根拠が崩れたことに疑う余地はない。しかしながら、より厳密な定量計算ということになると、他の多くの統計力学上の課題と同様、容易ではない。ところが、幸い、巧妙な、桁数の評価方法が、見つかったので、これから、その手法を紹介する。(オーソドックスに完全解を求めることは専門外として断念するが、完全解が容易に求まるとは思っていない。)

さて、表面に沿って、面積が $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ で、深度が 1\AA の表面境界層体積 V を考えることにする。表3を踏まえて、この表面層体積 V の中には、式(24)に従う 8.5×10^{12} ケの電子が、(境界ポテンシャルの箇数に対する影響は本質的でないので無視する。)平均として存在する。今その表面を更に分割して、一辺が $24L$ の四角形の表面積を持つ板状体積 $4V_L$ を考えて、その体積 $(24L)^2 \times 1\text{\AA}$ の中に電子が過不足する平均揺動箇数を計算する。そのために先ず半径 $4L$ の球の体積中の平均揺動箇数を、式(151)と表3から計算する。それは

$$1 \times \left(\frac{4L}{R_1} \right)^{1/2} \quad (157)$$

である。次にこの球の中で、 $4V_L$ は極端に薄い平板であることを考慮して、ストカスティックな式(148)を適用し、 $4V_L$ 中の揺動

$$1 \times \left(\frac{4L}{R_1} \right)^{1/2} \times \sqrt{\frac{(24L)^2 \times 1\text{\AA}}{\frac{4}{3}\pi(4L)^3}} \sim \frac{1}{[R_1]^{1/2}} \quad (158)$$

が得られる。 $[R_1]$ は \AA で表した R_1 の数値である。次に表面の全体積 V へは、相関がないとして、ストカスティックな式(148)によりその平均揺動箇数 $4N$ を

$$\begin{aligned}
\Delta N &= \sqrt{\frac{1\text{mm} \times 1\text{mm}}{2\Delta L \times 2\Delta L}} \cdot \frac{1}{[R_1]^{1/2}} \\
&= \frac{10^7}{2[\Delta L]} \cdot \frac{1}{[R_1]^{1/2}}
\end{aligned} \tag{159}$$

と計算する。結果の ΔN は

表 5

$kT(\text{eV})$	$R_1(\text{\AA})$	$\Delta L(\text{\AA})$	ΔN
0.03	500	9,000	25
0.1	167	5,000	77
1	17	1,600	760

である。最大に見積った V 中の平均揺動電子数 ΔN は驚く程小さいが、以上の推論に従う限り、こうした数字が得られるのである。因みに、 $\Delta N \sim 25$ の場合、その過不足の表面電荷が、一様に分布した場合に期待される電場は、 σ を表面電荷として、

$$\begin{aligned}
E &= \frac{\sigma}{2} = \frac{25 e}{2 \cdot (10^{-3})^2} \\
&= 1.3 \times 10^7 \times 5.4 \times 10^{-14} \text{ sT} = 6.8 \times 10^{-7} \text{ sT} \\
&= 2 \times 10^{-1} \text{ V/m} = 2 \times 10^{-3} \text{ V/cm}
\end{aligned} \tag{160}$$

である。この値は常温の熱雑音等と比較して、大き過ぎる懸念はあるが、小さ過ぎることはない。又計算の際の仮定を変更しても ΔN を 10^2 倍する事は困難である。

さて、今常時平均 N ケの電子が、完全に独立に衝突している場合、 \sqrt{N} がその平均揺動値であって、§4 の計算に従って、全体の BS は一つ一つの衝突が完全に独立な場合と等価になり、全体は一つの電子の BS の N 倍になる。この論理形式をこゝで借用し、電子の平均揺動電子数 ΔN に対応する BS の総計を $(\Delta N)^2$ と推定する近似を行う。従って $N = 8.5 \times 10^{12}$ と比較して

表 6

$kT(\text{eV})$	ΔN	$(\Delta N)^2$	$(\Delta N)^2 / N$
0.03	25	625	0.7×10^{-10}
0.1	77	5930	0.7×10^{-9}
1	760	5.8×10^5	0.7×10^{-7}

が得られる。

近藤氏が1秒で冷え切ると結論したBSの計算値に、表6は $10^{-10} \sim 10^{-7}$ の因子を掛けねばならないことを示している。なお予めお断わりした通り、表6の数値も又、 $10^2 \sim 3$ 位の因子の誤差は問題としない計算であるが、完全にストカスティックである場合の値、 $\Delta N = \sqrt{N} = 2.9 \times 10^6$ と、得られた ΔN とは全く異なることに疑問の余地はないと結論するものである。

以上、BSに起因すると見られる輻射の期待値は驚く程小さく、しかも熱擾乱に依存する効果である。一方熱擾乱に基づく熱輻射の場合には、 1 \AA といった表面境界層の厚さは不要となり、深度も ΔL といった大きな全体積が、電荷密度および電流の熱揺動に寄与できるので、BSよりは遙かに大きい値を与えると予想されることが明らかにされたものと言えよう。

筒数と、位置による加速度 $a(\zeta)$ の揺動に関して、近藤氏の持たれた概念の一番大きい誤謬は、それが気体中の分子の揺動と同様に、ストカスティックに揺動すると考えられた点にある。この点に関して、気体といえども、気体分子同志相互に衝突して相互作用して居り、完全に独立ではないことを注意したい。気体の場合、もし大きい巨視的体積 V を考えると、その中で、第一に揺動しているのはエネルギーであって、 $\sqrt{3N}(kT/2)$ の揺動値を持つと考えられる。音速は 340 m/s で、従って、もし V が $(1 \text{ mm})^3$ 位であると、 $3 \times 10^{-6} \text{ sec}$ 位の速さで、分子同志の衝突が進行し、圧力の平衡はすぐ得られると考えられることから、このエネルギーの存在から、この体積 V はもともと膨張もしくは収縮し、従って、 \sqrt{N} の桁の粒子の筒数の揺動を生じるという見方の方が、より真実に近いと考える。電子ガスの場合には、エネルギーの揺動と、ガスの膨張収縮とは、気体のような単純な直結関係に無く、既に示したように、非常な精度で、その電子の筒数と位置、従って加速度にも及ぶ、均質な整合関係が維持されているのである。

なお、もっと直接的に§4、式(98)を定量的に証明してほしいという要望に筆者は興味を持たない。それは熱統計で完全厳密解を得ることは常に困難であると共に、其処まで厳密化する場合、加速度の存在それ自身だけでは、電磁波を放出しているのか、吸収しているのか、あ

るいは両方、もしくはどちらもしていないのか判らないという²⁾。本計算の当初からの基本問題を明確化し、さらに熱平衡の場合には、外界からストカスティックに来自る熱輻射の吸収、反射といった相互作用も考えなければ、折角の計算に物理的意義を与えられないからである。

§ 8. 結 語

以上で、近藤氏の要望された BS に関する計算を終える。冒頭にお断りした通り、これ等の計算は筆者の本文成立の必要条件ではないが、近藤氏の熱意と、古典電子ガスの熱揺動物性に関するより詳細な常識を得たいと考えた筆者の希望と、更に全国の物性研究者への寄与を意識して行われたものである。古典電子ガスの重要な応用はプラズマ物理学であろうが、筆者の観点は、超電導体の物性への応用にある。しかし超電導体では量子効果が本質的であって、本解説に問題とした箇々の電子の BS という概念は現れない。しかしながら、新体系物理学によって、古典物理学の体系の基本方程式は、そのまゝ演算子関係式として量子物理学の体系に移行する。パウリ近似ディラック・ハミルトニアンなどは（未公開論文Ⅱ）その一例である。従って、本解説で説明した古典物理学の方程式とその結果が、どの範囲まで、量子物理学に移行しても意義を失わないであろうか、という大きい課題が提起できる。半導体などで現れる、いわゆる固体プラズマに関しても、本解説の結果のいくつかは応用できるであろう。なお筆者はプラズマ物理学関係の専門家ではないので、その領域で常識化している解析方法の利用などに不備があるかも知れないが、その節は何卒御一報戴きたいと希望する。

なおこの論争を通じて、常識を破るタイプの論文の直面する、特殊なレフェリー過程の一端を、読者諸子に理解戴ければ幸である。常識を破るタイプの論文に対し、レフェリーは一般に鋭く反発し、無責任なレフェリーは、“この論文はジャーナルの性格に馴染まない。”とでも言ったような、返事のしょうのない査読報告を送付して拒絶するか、或は近藤氏のような場合となる。近藤氏の場合は公開の結果として、名前が明らかであり、返答も速やかであって、その点に問題はないが、同様な“やり取り”を覆面で、数ヶ月に一回づつ、繰返した場合の収斂過程を予想されたい。大雑把に言って、こうした事実が過去の七年間に発生したのである。但しレフェリー側にも大きい言い分があると想像する。それは、こうした常識を破る論文のレフェリーには種々の重圧が加わり、^{6,7)} さらに一旦拒否の返事を行った論文に、受理の答を出した場合、その名誉も又著しく毀損されると考えられる。従って、こうした論文に対する責任ある編集処理は、レフェリーに任せるのではなく、§ 1 で述べた原則に基づいて、機械的に処置すべきであると考え。筆者は日本物理学会ジャーナル編集委員会が、一日も早く責任ある行動をお取りになり、その正常な機能を回復されることを望むものである。

○ 追 記

近藤氏が、その「飯田氏へ、Ⅷ－Ⅻ」を纏めて、「飯田氏へ、Ⅷ」とされた。筆者は、その内容に多くの作為が含まれ、全体として事実と真理を正確に伝えていないと判断したので、ここに追記する。

- 1) Ⅺ, Ⅻ に対し, “「近藤氏へ, Ⅵ」の既成稿で十分であり, 校正段階の字句修正以上に, とくに反論を加える必要はない。”と判断したことに対し, 「反論をあきらめ, 降参した。」という言葉が使われたことは変形も甚だしいと抗議する。なお非公開の状況で, 物性研究誌肝入りの討議を, 十年間継続したいという願望は非常識である。
- 2) 筆者の主張は「永久電流を維持できる体系は, 磁場のもとで, 古典的にもマイスナー効果を示す」ということであって, 磁場のもつ磁気エネルギーの役割りを正確に考慮した熱統計力学の理論体系が従来なかったことを確認し, その正しい取扱いを示すために, 理想化された古典電子ガスをそのモデルとして採用したのである。BS 議論はその本質を衝いたものではない。近藤氏が A 項, B 項に答えられなかったことによって, 問題の結着は既に着いていると筆者は判断する。
- 3) 加速度の存在と, BS の発射との間に直結関係はない。共存する電磁場を遅延ポテンシャルに限定し, 且つ壁以外の原因による加速度を無視した計算は, 近藤氏の要望にお付き合いをただけのものである。勿論全く無関係という訳でもないが, 等温壁で囲まれた大きい空間中に置かれ, 熱平衡状態にある古典電子ガス C_2 は, その空間中の熱輻射電磁波と動的な熱平衡状態にあり, 電子相互間の電磁相互作用や, 電子系の中にも充満している熱輻射電磁波と電子系との間の相互作用の全体が, 調和的に平衡した運動状態にあるものと考えねばならない。この場合, 空間中の熱電磁輻射との熱平衡は, 実在の熱電磁輻射エネルギーが, プランクの法則に従う周波数依存性を示すことから, 丁度量子物理学と古典物理学の接触面を構成することになる。考え方は二通りあるように思われる。第一は無限の空間に, 温度 T のプランク則に従う熱電磁輻射を充満させ, その中に絶対零度にあるクーロン・ガス系 C_2 を置いて, 平衡温度 T まで熱電磁輻射によって温める。この場合空間中の熱電磁輻射の吸収と, 電子系の電磁輻射は, もちろん平衡し, 近藤氏のいう BS に相当するような極端紫外の電磁輻射は当然僅少であって, プランク則に従う長波長の熱電磁輻射と平衡した電子の運動状況に落ち着くであろう。今一つの考え方は, 体系 C_2 が, 温度 T にあるとして, 一定の全エネルギーに対応する可能なあらゆる運動形態のうち, 確率最大のものが実現されているとする従来の熱力学の考え方を取ることである。この場合, C_2 が, 等温壁の中に置かれているものとする, プランクの法則に従わない熱電磁輻射が, 真空空間に存在しないと, 上記の確率最大の状態の示すべき熱輻射及び吸収に対し

て平衡関係を持つことが出来ないであろう。とくに、等温壁の構造が問題になるが、もし完全反射壁とすると、その中で、上記の条件に従って実現された平衡熱電磁輻射は、プランクの法則に従う筈はない。この電磁輻射エネルギーの周波数分布の中に、極端紫外の短波長電磁輻射が、プランク則よりも多量に含まれる可能性を筆者は現段階では否定しない。たゞし、それは古典物理学の限界の問題であって、古典物理学としては前者の考え方を取るか、もしくはプランク則を放擲して、後者の状況を仮定するか何れかである。いずれにしても、壁の存在に基づく加速度のみから、その遅延ポテンシャルだけを取り出して、BSとして計算する近藤氏の方法に物理的意義を与えることは出来ないのである。BSとして輻射し易いことは、予進ポテンシャルとして、吸収し易いことが、数学的に結論され、外界から来るものだけでなく、内部からもやってくる熱電磁輻射エネルギーとの調和関係の中で、単純なBS計算の物理的意義は消滅するのである。

4) BSの数学計算のみに関しても、近藤氏の計算は筆者の計算の精度以上のものでない。近藤氏にお付き合いした計算で、加速度の値は壁からの垂直距離の関数と仮定されるから、位相差 αd が殆んど変化しない 350 \AA 位の範囲で平均して、電子分布の状況にストカスティックな要素が小さければ、十分である。この垂直距離の位相の整合作用に就いても、半定量的に説明している。とくに式(156)の辺を良く読んで戴きたい。 10^{-10} \AA の説は認められない。長距離に亘る電磁相関を無視した理論構成であって、その妥当性を証明することの出来ないものである。

5) 熱力学のパラメーター論争再録の内容は、読者を愚弄するものと筆者は判断する。読者は本文を良く読んで、その正否を判断して戴きたい。

6) クーロン・エネルギーの計算は、必要な状況に対するオーダー評価として十分であり、又自由度に対する評価も十分である。

以上、「飯田氏へ、Ⅷ」に対する筆者の見解を表明させて戴く。なお量子物理学に移行すると、熱電磁輻射はプランクの法則に従う分布を保持して、古典電磁波の近似はそう悪くならないが、古典電子ガスの粒子的古典像は、オペレーターの数学的構造に遷移し、電子系の状態は波動関数 $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N; t)$ といった、上記オペレーターを作用させるべき、数学的状态関数になって、いわば全く別の存在として登場する。従って、BSの意義は基本的に消滅する。近藤氏としてはその点を衝きたいと考えられたのかと推定するが、残念ながら、熱平衡の場合、BSは電磁気学的に非常に小さなものになり、且つ熱電磁輻射の吸収と平衡しなければならない運命にある。又古典物理学は、熱電磁輻射の熱作用以外の作用を無視するのが、通常の習慣であり、その事には十分な理由があると考ええる。

近藤氏の追記には反論の必要を認めない。読者の御判断にお任せする。なお面白い考え方を御紹介する。今クーロンガス中に大小任意の立方体の体積を考える。その中の平均電子数は N である。その数の揺動は、理想気体であれば \sqrt{N} であるが、電子の場合はそれより遙かに小さいと結論される。さてその表面に注目して、適当な短い単位時間にその表面を横切って出る電子数及び入る電子数をレコーダーに記録し続けたとする。揺動値が異なるのであるから、その出及び入の記録における揺動は、理想気体の場合よりも、その平均振巾が遙かに小さいと結論できる。この事は、電子ガスの容器の境界面に衝突する電子数の揺動が、理想気体の場合よりも遙かに小さいことと等価である。

参 考 文 献

- 1) S. Iida: J. Phys. Soc. Jpn. **37** (1974) 1183.
- 2) 飯田修一: “新電磁気学”, 上下, 丸善(1975): 改訂稿が準備され, より重要であるが, 出版は遅れよう。
- 3) S. Iida: Proc. Int. Conf. on Ferrites (1981) p. 141
- 4) S. Iida: 物性研究 **24** (1975) 1, 207; **28** (1977) 45. In English.
- 5) 飯田修一: 物性研究 **31** (1978)87 ; **32** (1979)14 ; **33** (1980)223 ; **35** (1981)187 ; **36** (1982)159 ; **37** (1982)189 。
- 6) 飯田修一: SRI・半導体研究所報告 **18** (1982) No. 2, 3 2.
- 7) 飯田修一: 東京大学理学部広報 **14** (1982) No. 2, 3.
- 8) W. F. Edwards: Phys. Rev. Letts. **47** (1981) 1863.
- 9) 西沢潤一, 猿賀俊文: “斗う独創技術”, 日刊工業新聞社, (1981)p. 139.
- 10) 松尾博志: “西沢潤一: IBM も畏敬する異端の発明家”, プレジデント, 8月号(1982)136.
- 11) 飯田修一: 日本物理教育学会誌 **29** (1981)87.
- 12) 飯田修一: 日本物理教育学会誌 **30** (1982)214.
- 13) 飯田修一: 日本物理教育学会誌 **31** (1983) 投稿中
- 14) “Classical Physics makes a comeback”: Times (London) (1982) Jan. 14.
- 15) Phys. Rev. Letts: **49** (1982) 416, 417, 418, 419.
- 16) J. B. Taylor: Nature **299** (1982) 681.
- 17) 文献5): **32** (1979)25 ; **33** (1980)236 ; **35** (1981)189 ; **36** (1981)164 ; **37** (1980) 191.

- 18) 文献 11) : **33** (1980)236 ; **35** (1981)189—191.
- 19) 文献 5), **31** (1978)116, § 10, § 11 ; **33** (1980)229, § 4 ; **36** (1981)165, § 3, iii) ; **37** (1981)191, § 3.
- 20) 物性研究, **31** (1978)87, § 12.
- 21) 飯田修一, 大野和郎, 神前熙, 熊谷寛夫, 沢田正三 : “物理定数表”, 新版, 朝倉書店 (1978)
- 22) R. H. Fowler and E. A. Guggenheim: “*Statistical Thermodynamics*”, Cambridge at the Univ. Press (1939), §214, §215.
- 23) 文献 2), 上, pp. 88, 89.
- 24) 福山秀敏 : 固体物理 **11** (1976)179.
- 25) 福山秀敏 : 固体物理 **15** (1980)387.
- 26) E. P. Wigner: Phys. Rev. **46** (1934) 1002.
- 27) F. L. Pollock and J. P. Hansen: Phys. Rev. **A8** (1973) 3110.
- 28) ライフ : “統計物理”, 上, バークレー・物理学コース, 久保亮五監訳, 丸善 (1970).
- 29) W. K. H. Panofsky and M. Philips: “*Classical Theory of Electricity and Magnetism*”, Adison-Wesley, Palo Alto & London, (1962) p. 341.
- 30) C. G. Darwin: Phil. Mag. **39** (1920) 537.
- 31) P. C. W. Davies: “*The Physics of Time Asymmetry*”, Surrey Univ. Press, in Association with Intertext Pub. (1974) p. 112—120.